Hr. Etatsraad *Eschricht* meddeelte følgende

Studier over Perspectivet gjennem det bevæbnede Øie.

At man gjennem Huulglas og Brændglas, saavelsom gjennem hule og hvælvede Speilflader, faaer Gjenstandene at see, snart tydeligere, snart utydeligere, snart forstørrede, snart formindskede, undertiden dreiede om — alt dette kan uden videre forklares og beregnes efter de bekjendte Love for Lysbrydningen og Lystilbagekastningen; et særligt Kjendskab til Øiets indre Bygning er dertil ikke nødvendigt. Som Følge heraf har hele Læren om Synet gjennem Lindser og Speile altid saagodtsom udelukkende været behandlet af Optikerne og — hvad Ingen vil falde paa at betvivle — af dem været behandlet med al den Nøiagtighed, som kunde være nødvendig til det Formaal, de derved havde sat sig.

Det laae ikke i deres Plan at beregne Gjenstandenes synlige Forhold under alle tænkelige Stillinger til Øiet og til de lysbrydende eller lystilbagekastende Legemer under alle disses uendelige Forskjelligheder, men kun i Almindelighed om at forklare og beregne de optiske Instrumenters praktiske Anvendelighed til Synets Understøttelse. Fra dette Synspunkt er Øiets Bevæbning med et Huulglas eller et Brændglas kun et Middel til at faae tydeligt at see hvad der ligger udenfor eller indenfor Synsvidden, og neppe kan nogen Forklaring siges at være mere tilfredsstillende end den, Optikerne give af Lindsernes Anvendelighed i denne Retning, eller nogen Beregning sikkrere, end den, de give af hvad Brændvidde en Glaslindse maa have, for at skaffe Synet den størstmulige Tydelighed, alt efter Øiets særlige Synsvidde og Gjenstandenes Afstand. Beregningen gaaer iøvrigt ud fra den Forudsætning, at man benytter Instrumentet paa rette Maade, navnlig passer at holde Lindsen i rette Afstand fra Gjenstanden og fra Øiet, d. v. s. i den Afstand, hvori Synet bliver fuldkommen tydeligt. Hvorledes Gjenstanden vil vise sig, naar dette ikke iagttages, har det ligesaalidt ligget i Optikernes Plan at beregne, som hvad Indflydelse Lysbrydningen kan have paa Gjenstandenes synlige Forhold foruden den, der tilsigtes ved Instrumentets Brug.

Herved har deres Behandling af Synet med bevæbnet Øie faaet en væsentlig Begrendsning. Ved Bevæbningen med en enkelt Samlelindse have de kunnet indskrænke sig til de Tilfælde, i hvilke Gjenstanden er stillet indenfor Brændvidden, det dioptriske Billede altsaa er et virtuelt; thi det er vist, at saasnart den rykker lidt udenfor Brændvidden, og det dioptriske Billede altsaa er et reelt, bliver Synet utydeligt for ethvert Øie, undtagen netop for det stæropererede. Fremdeles have de, hvad der giver deres Behandling en langt mere indgribende Begrendsning, endog ganske kunnet see bort fra hele Lysbrydningens *umiddelbare* Indflydelse paa Gjenstandenes synlige Størrelse. Enhver kjender denne Indflydelse, der viser sig hvergang en Gjenstand i een og samme Afstand betragtes først med blotte Øine, dernæst gjennem et Huulglas eller et Brændglas, hvad enten den nu derved bliver tydeligere eller utydeligere; alligevel er den, saavidt vides, ikke endnu bleven forklaret eller beregnet.

Om Huulglasset veed man, at dets Anvendelse indskrænker sig til at gjøre tydeligt, hvad der ligger udenfor Synsvidden, saa at det fra dette Standpunkt er uvæsentligt, at Gjenstandene derved tillige blive meer eller mindre formindskede. Om Gjenstandenes Forstørrelse gjennem Brændglassene kan det Samme gjøres gjeldende hvergang de anvendes som Brilleglas; men en Lupe er i Grunden heller ikke Andet end et Brilleglas, tjenligt til at tydeliggjøre hvad der ligger indenfor den normale, om ikke endog indenfor den meest Nærsynedes Synsvidde. Desuden ligger en haandgribelig Forklaring af Lupens Anvendelighed som Forstørrelsesglas allerede deri, at den lader os see en Gjenstand fuldkommen tydelig, der ligger os flere Gange nærmere end vort Øies korteste Synsvidde, altsaa under en ligesaa mange Gange større Synsvinkel. Den synlige Forstørrelse, hvori Gjenstanden samtidig viser sig som umiddelbar Følge af Lysbrydningen, ganske afseet fra Tydeliggjørelsen, er i Forhold til denne beregnede Forstørrelse, som Optikerne have givet Navn af den »lineære«, kun ubetydelig og afhængig af Øiets forskjellige Afstand fra Lindsen.

At det i Virkeligheden ligesaa lidt har ligget i Optikernes Plan at forklare eller beregne Lysbrydningens umiddelbare Indflydelse paa den synlige Størrelse, som at behandle det utydelige Syn overhovedet, følger ligefrem deraf, at de i deres Beregninger af Lysbrydningens Indflydelse paa Gjenstandenes synlige Forhold ganske almindelig slet ikke have taget Hensyn til Øiets Afstand, men tænkt sig Øiets Midtpunkt hensat i selve Lindsens Midtpunkt, hvorved naturligviis hele Forskjellen mellem Synsvinklen før og efter Lysbrydningen i Lindsen, og dermed den hele derved frembragte egentlige Forstørrelse, falder aldeles bort.

Det er allerede blevet udtalt, at Optikernes Forklaring og Beregning af den ydre Lysbrydnings Indflydelse paa Gjenstandenes synlige Forhold, trods denne væsentlige Begrendsning, maa ansees tilstrækkelig til det Formaal, de derved have sat sig, navnlig forsaavidt de ene og alene have villet tage Hensyn til de optiske Instrumenters praktiske Anvendelse og til det fuldkommen tydelige Syn. Det kan ogsaa gjerne være, at man ofte ved Spørgsmaalet om, hvor stærkt en Lupe forstørrer, mener hiin »lineære« Forstørrelse, altsaa vil have sammenlignet den Afstand, hvori man gjennem Lupen vil komme til at see en Gjenstand fuldkommen tydelig, med den, hvori man ellers med blotte Øine seer allertydeligst, — skjøndt vistnok kun de Færreste bestemt kunne angive denne Afstand for begge deres Øine, og langt Flere snarere staae i den Tro, at de kunne see fuldkommen tydeligt i næsten enhver Afstand; men det er dog i hvert Fald vist, at man ogsaa ofte mener hiin umiddelbare Forstørrelse og navnlig mener den, hvergang Talen er om Forstørrelsen eller Formindskelsen gjennem simple Brilleglas, ligesom det er vist, at man selv ved en reen praktisk Behandling af Synet neppe bør holde sig udelukkende til det fuldkommen tydelige Syn, da et saadant kun i de allersjeldneste Tilfælde finder Sted, i Almindelighed ei heller paa nogen Maade er nødvendigt.

Stille vi os endelig fra det praktiske over paa det physiologiske Standpunkt, saa er det unegteligt, at herfra ikke blot det tydelige, men ogsaa det utydelige, ja selv det allermeest utydelige Syn har sin fulde Berettigelse i og for sig. Det gjelder fra dette Standpunkt, at faae forklaret og beregnet endog alle de mulige Forandringer, som Øiets Bevæbning overhovedet kan fremkalde i Gjenstandenes synlige Forhold. Men fremfor Alt gjelder det om, ganske uafhængigt af Tydelighedsspørgsmaalet, at faae forklaret og beregnet den umiddelbare Forstørrelse eller Formindskelse, hvormed en Gjenstand viser sig gjennem Lindser og Speilflader, alt efter deres forskjellige Form og Afstand fra Øiet og fra Gjenstanden.

Enhver veed, at naar man holder en Samlelindse i en bestemt Afstand fra Øiet, medens en Gjenstand rykkes gradviis fra Glasset paa den anden Side, — eller naar man omvendt flytter Øiet, medens Glasset og Gjenstanden holdes urokkelige — eller endelig naar Glasset rykkes frem og tilbage mellem Øiet og Gjenstanden, denne da ingenlunde viser sig jevnt aftagende eller tiltagende i Størrelse og Tydelighed som efter Perspectivets Love, men enten langt stærkere, eller ganske anderledes, ofte først voxer stærkt, indtil den gradviis opløses i et utydeligt Taagebillede, men derpaa atter træder frem i omdreiet Stilling og bliver meer og meer tydelig paa ny. Man mindes den lignende Rækkefølge af de reelle dioptriske Billeder ved Lysbrydningen i Samlelindserne og Lystilbagekastningen fra Huulspeilene, troer maaskee ved første Øiekast, at det er en Række lignende udenfor Øiet dannede reelle dioptriske Billeder, der her ligesom mønstres forbi os. Men ved nøiere at fastholde enkelte iblandt dem, overbeviser man sig snart om, at det allerede af den Grund maa være heelt andre, at de i mange Tilfælde ere ganske forskjellige fra dem, der efter Gjenstandens Stilling til Lindsen og dennes Brændvidde vilde dannes udenfor Øiet. De kunne være opretstaaende og voxe umaadeligt under Gjenstandens ringeste Tilbagerykning, medens det ydre dioptriske Billede maa være et reelt og omvendtstaaende og samtidig tage stærkt af i Omfang (Gjenstanden nærmest udenfor Brændvidden), — eller vel i Henseende til Tydeligheden vise sig høist forskjellige, men i Henseende til Størrelsen kun tiltage yderst svagt, i Henseende til Stillingen uafbrudt holde sig opretstaaende, medens det ydre dioptriske Billede først som et virtuelt voxer i det Uendelige, dernæst som et reelt igjen aftager lidt efter lidt (Øiets Midtpunkt stillet indenfor Lindsens Brændvidde).

De Nethindebilleder, hvorigjennem alle disse Syn komme til vor Bevidsthed, ere altsaa dannede umiddelbart af det fra Gjenstandene udstrømmede, men paa Veien til Øiet i Lindsen brudte Lys; man kan paa ingen Maade gjøre nogen umiddelbar Slutning om disse Nethindebilleders Størrelse eller Stilling fra de under samme Forhold af den ydre Lysbrydning udenfor Øiet dannede dioptriske Billeder. De maae særlig beregnes, om man vil vide, hvorledes Gjenstandene vise sig ved at *sees* gjennem Lindser og Speile med hvælvede eller udhulede Flader, og den physiologiske Optik kan ikke siges at være tilfredsstillende behandlet, førend denne Beregning er udført.

De Spørgsmaal i Læren om Synet med bevæbnede Øine, der fra det physiologiske Standpunkt endnu synes at maatte kaldes ufuldstændig besvarede, høre saagodtsom alle hen til *Lysbrydningens Indflydelse paa Gjenstandenes synlige Størrelse,* eftersom Optikernes Beregning af dens Indflydelse paa Gjenstandenes synlige Tydelighed ogsaa fra det physiologiske Standpunkt lade lidet tilbage at ønske. En Grund til denne Forskjel ligger vistnok deri, at Lysbrydningens Indflydelse paa Tydeligheden overhovedet lader sig lettere og sikkrere beregne ved at gaae ud fra selve Lysbrydningen, medens man ved Beregningen af dens Indflydelse paa Gjenstandenes synlige Størrelse i de fleste Tilfælde gaaer sikkrest ud fra Øiet. Men dertil kommer endnu, at Optikerne unegtelig altid fortrinsviis have taget Hensyn til Tydeligheden.

Selve Beregningen af den saakaldte lineære Forstørrelse kan siges nærmest at henhøre til Undersøgelserne over Lysbrydningens Indflydelse paa *Tydeligheden.* Den Formel, man har beregnet for den, er, naar Gjenstandens Afstand fra Lindsens Midtpunkt kaldes a, det dioptriske Billedes d, $= \frac{d}{a}$, og tilmed den selvsamme som den for Gjenstandens Forstørrelse i sit virtuelle Billede. Men det dioptriske Billede og Gjenstanden forholde sig til hinanden i Størrelse netop som i Henseende til deres Afstand fra Lindsens Midtpunkt, følgelig er $\frac{d}{a}$ ogsaa Formlen for Gjenstandens forandrede Afstand fra Lindsen. Nu kan $\frac{d}{a}$ som Formel for Gjenstandens lineære Forstørrelse i sit dioptriske Billede ikke tillige være Formel for dens *synlige* Forstørrelse, hvorimod den som Formel for Gjenstandens forandrede synlige Afstand fra Lindsen i de fleste Tilfælde ogsaa ret vel kan bruges som Formel for dens forandrede synlige Afstand fra Øiet.

Kalde vi Gjenstandens Størrelse g, Billedets G, saa bliver $G = \frac{gd}{a}$; Gjenstandens Forstørrelse er altsaa i Liniemaal $= \frac{d}{a}$. Men derhos er den fra Afstanden a bleven fjernet til Afstanden d

fra Lindsen. Seet fra dennes Midtpunkt af, bliver altsaa, ifølge den perspectiviske Lov, dens synlige Størrelse efter Lysbrydningen $= \frac{gd}{a} \cdot \frac{a}{d} = g$; d. v. s. seet fra dette Punkt viser Gjenstanden sig ved Lysbrydningen ikke forandret i Størrelse. Dette negative Resultat kan ikke bruges til Beregning af Lysbrydningens Indflydelse paa Gjenstandenes synlige Størrelse. For at bruges til Beregningen heraf, maatte Formlen $\frac{d}{a}$ ændres derved, at Øiets Afstand indførtes deri. Vel er dette skeet ved *Pouillet* i hans udmærkede Lærebog i Physik og Meteorologie, 6te Udgave, Paris 1853 (Pag. 237), men i et ganske andet Øiemed og fra et andet Standpunkt. Idet han har holdt sig til den hos Optikerne sædvanlige Begrendsning af det virtuelle Billedes Plads netop i den Afstand, hvor Synet er fuldkommen tydeligt, har han kun villet gjøre opmærksom paa, at naar Øiet staaer i nogen Afstand fra Lindsen, maa Gjenstanden stilles nærmere til denne, hvoraf følger, at den lineære Forstørrelse bliver mindre betydelig. Saalænge vi holde os til det virtuelle Billede, er, som bekjendt, Værdien af $a = \frac{df}{d+f}$ og af $d = \frac{fa}{f-a}$, ved hvilke Værdiers Anvendelse Formlen $\frac{d}{a}$ kan omskrives enten til $\frac{f}{f-a}$ eller til $\frac{d+f}{f} = 1 + \frac{d}{f}$. Men naar Øiet stilles i en Afstand d' fra Lindsen, maa, for at det virtuelle Billede skal vedblive at staae i den rette Synsvidde, d gjøres til $d - d'$, altsaa a til $\frac{f(d-d')}{d-d'+f}$, hvorved den lineære Forstørrelse bliver til $1 + \frac{d-d'}{f}$.

Denne Anbringelse af Øiets Afstand i Formlen $\frac{d}{a}$ staaer i den fuldkomneste Overeensstemmelse med det tilsigtede Øiemed. Men paa en ganske anden Maade maa den anbringes deri, naar det gjelder om at forvandle den til en nøiagtig Formel for Lysbrydningens Indflydelse paa Gjenstandens *synlige Tydelighed*, og atter paa en ganske anden Maade for at forvandle den til en Formel for Lysbrydningens Indflydelse paa dens synlige Størrelse.

En mathematisk Beregning af Lysbrydningens Indflydelse paa Gjenstandenes synlige Tydelighed kan, under den overordentlige Forskjel mellem de enkelte Øines Synsvidde, neppe ville sige Andet, end en Beregning af dens Indflydelse paa *Straalespredningen i hver af de fra Gjenstanden til Øiet kommende Lyskegler,* hvorefter det da maa overlades Enhver især at bedømme, hvorvidt hans Øie derefter bedre end før formaaer at samle dem for hver af Keglerne paa et enkelt Punkt af Nethinden. Men nu staaer Straalespredningen i Lyskegler med een og samme Grundflade (Øiets Hornhinde) altid i lige Forhold til Keglernes eller deres Axers Længde, altsaa til Afstanden mellem deres Toppunkt og deres Grundflade. Straalespredningen kan følgelig ogsaa angives i Liniemaal. Ved Synet med blotte Øine er dette Maal altid = selve Gjenstandens Afstand fra Øiet, ved Synet med bevæbnet Øie bliver det altid det samme, som det af *det dioptriske Billedes* Afstand derfra. Ved Beregningen af den lineære Forstørrelse have vi faaet Forholdet mellem det virtuelle Billedes og Gjenstandens Afstand fra Lindsen; Intet er da naturligviis simplere end deraf at udlede Forholdet mellem deres Afstand fra Øiet, og dermed maa, ifølge det Anførte, hele Beregningen være færdig af Lysbrydningens Indflydelse paa Gjenstandenes synlige Tydelighed. Med eet Ord: den rette Formel for Lysbrydningens Indflydelse paa Gjenstandenes synlige Tydelighed forekommer os at maatte blive $\frac{d + d'}{a + d'}$, hvorhos det dog endnu engang udtrykkelig bør bemærkes, at vi ved Lysbrydningens Indflydelse paa Gjenstandenes synlige Tydelighed kun forstaae det Samme som dens Indflydelse paa Kegleaxernes Længde eller Gjenstandenes *synlige Afstand*, hvorfor ogsaa denne Indflydelse i det Følgende af og til vil blive kaldt Gjenstandens *Fjernelse* eller *Nærmelse*, i Modsætning til Indflydelsen paa den synlige Størrelse. I de fleste Tilfælde, og navnlig i alle dem, hvor Øiet holder sig temmelig tæt op til Lindsen eller Ocularet, vil det neppe være nødvendigt, under denne Beregning at tage Hensyn til Øiets Afstand, saa at vor Formel for Gjenstandenes synlige Fjernelse da vil blive den selvsamme $\left(\frac{d}{a}\right)$ som den almindelige for den saakaldte lineære Forstørrelse. Iøvrigt vil der i de følgende Undersøgelser over Perspectivet eller Gjenstandenes synlige Størrelse under Synet med bevæbnede Øine ikke være synderlig Anledning til at gjøre Brug af en særlig Formel for Lysbrydningens Indflydelse paa Gjenstandenes synlige Tydelighed, men kun til i de forskjellige enkelte Tilfælde at angive Billedets Afstand fra Øiet, jevnsides med Gjenstandens.

Ved den mathematiske Beregning af Lysbrydningens Indflydelse paa Gjenstandenes synlige Størrelse maa Afstanden mellem Lindsen og Øiet nødvendigviis altid bestemmes efter begges Midtpunkt. Vi have kaldt denne Afstand m og ville nu undersøge, hvorledes dette m maa *indføres i Formlen* $\frac{d}{a}$ *for at forvandle den til en Formel for den synlige Forstørrelse.*

Det er blevet indrømmet, at under Dannelsen af et virtuelt Billede sees Gjenstanden ikke blot i dettes Afstand, men ogsaa i dettes Størrelse. Vi behøve altsaa kun, for at finde den synlige Forstørrelse, først at beregne det virtuelle Billedes synlige Størrelse i Øiets givne Afstand og dernæst at dividere denne med selve Gjenstandens synlige Størrelse i samme Afstand af Øiet. Beregningen er allerede halvveis udført ovenfor (Pag. 304), da vi fandt det virtuelle Billedes synlige Størrelse i Afstanden d (Øiet i Lindsens Midtpunkt) $= \frac{g}{a}$ d. v. s. lig Gjenstandens synlige Størrelse i samme Afstand af Øiet, Forstørrelsen altsaa $\frac{g}{a} \cdot \frac{a}{g} = 1$. Naar man nemlig kjender en Gjenstands synlige Størrelse i een Afstand af Øiets Midtpunkt, er Intet simplere end at beregne den i hver anden Afstand af dette. Er dens synlige Størrelse under Øiemidtpunktets Afstand $d = A$, saa er den i dets Afstand $d + m$, ifølge Perspectivets Lov $= \frac{Ad}{d+m}$. Da vi have ladet m betyde Afstanden af Øiets Midtpunkt fra Lindsens Midtpunkt, og det virtuelle Billede herfra saaes i Størrelsen $\frac{g}{a}$, maa det i denne Øiets Afstand sees i Størrelsen $\frac{\frac{g}{a}d}{d+m} = \frac{gd}{a(d+m)}$. Vi fandt, at Gjenstandens synlige Størrelse fra Lindsens Midtpunkt ligeledes var $\frac{g}{a}$; fra Øiets Midtpunkt i Afstanden m vil den altsaa være $\frac{\frac{g}{a} \cdot a}{a+m} = \frac{g}{a+m}$. Gjenstandens synlige Forstørrelse, naar Øiemidtpunktets Afstand fra Lindsemidtpunktet er $= m$, bliver altsaa $\frac{gd}{a(d+m)} \cdot \frac{a+m}{g} = \frac{d(a+m)}{a(d+m)}$. Eliminere vi d ved at indsætte dens Værdi $= \frac{fa}{f-a}$, saa kommer Formlen til at lyde

$$\frac{\frac{fa}{f-a}(a+m)}{\frac{a \cdot fa}{f-a} + am} = \frac{f(a+m)}{fa+m(f-a)} = \frac{f(a+m)}{f(a+m)-am}.$$

Det vilde være os let, allerede her at godtgjøre, at denne Formel for Gjenstandenes Forstørrelse ved at sees gjennem en Samlelindse under Dannelsen af et virtuelt Billede i Virkeligheden holder Stik; men ifølge vor Plan, fra Øiet af at beregne en almeengjeldende Formel for Gjenstandenes Forstørrelse ved at sees gjennem Lindser og Speilflader af hvilkensomhelst Form, ville vi opsætte Prøven, indtil vi ere komne noget nærmere Løsningen af denne Opgave.

Idet vi nu **fra Øiet af ville undersøge den ydre Lysbrydnings Indflydelse paa Gjenstandenes synlige Størrelse**, turde det være rigtigt, først saa nøie som muligt at faae fastsat, hvad vi skulle ansee for dennes rette Maalestok. Som saadan vil man nærmest erkjende Nethindebilledets Gradmaal; men da dette ikke umiddelbart kan bringes i Anvendelse, er man bleven enig om at vælge *Synsvinklen.* Vi ville standse nogle Øieblik for at gjøre os noget klarere, hvad Betydning vi skulle tillægge dette saakaldte Nethindebillede og denne Synsvinkel.

Under Navnet *Nethindebillede* tænker man sig sædvanlig et reelt dioptrisk Billede af Synskredsen paa selve den lyssandsende Flade i Øiets hule Baggrund. At et saadant reelt dioptrisk Billede ganske almindelig under Synet dannes i Øiets Baggrund, kan allerede siges beviist derved, at man seer et saadant gjennem de ydre Hinder af et friskudskaaret Albinos-Øie; men at det i alle Tilfælde netop skulde staae paa selve den lyssandsende Flade, er kun en Mening, der maaskee staaer i nær Forbindelse med den hos Optikerne temmelig udbredte Anskuelse, at det „at see" er det Samme, som „at see fuldkommen tydeligt". Naar man paa den ene Side veed, at Nethinden i levende Live er ganske gjennemsigtig, og at en Lyskegles Straaler neppe nogensinde fremtræde synligt paa en saadan Hinde, med mindre de netop paa den finde deres Samlingspunkt; paa den anden, at vistnok kun i de færreste Tilfælde det Synlige ligger i den allergunstigste Synsvidde, i hvilken Synet er fuldkommen tydeligt, saa er der vel tilstrækkelig Grund til at antage, at hiint dioptriske Billede, der i visse Tilfælde kan træde synligt frem udvendigt, ingenlunde altid staaer netop paa Nethinden, allermindst hvergang Synet er stærkt utydeligt. Alligevel skeer Synet altid ved Lysindvirkningen paa Nethinden, hvor end det dioptriske Øienbillede er stillet, enten paa Hinden selv, eller foran eller bagved samme, Indvirkningen altsaa skeet under, før eller efter dets Dannelse. Det physiologiske Nethindebillede er altsaa ikke just et virkelig dioptrisk *Billede,* men snarere en dioptrisk Lysindvirkning paa den lyssandsende Flade. Ei heller kommer denne Lysindvirkning til vor Bevidsthed som en saadan. Vi fornemme hverken, hvor den egentlig er skeet, eller i hvad Retning den er skeet, eller hvilket Omfang den har havt. Os selv ubevidst, umiddelbart og uimodstaaeligt henføre vi hver enkelt Lysstraales Indvirkning i lige Linie fra Indvirkningsstedet til noget udenfor os Liggende, som om det var dette selv, vi umiddelbart havde fornummet, og Erfaringen lærer, at det ydre Punkt, hvortil vi saaledes instinctmæssig henføre Indvirkningen, i Reglen netop er det, hvorfra den er udgaaet i Form af en Lyskegle.

De Linier, ad hvilke vi saaledes henføre Lysindvirkningen paa Nethinden udad, kalde Physiologerne „*Retningslinier*"; det Krydningspunkt, hvori alle disse Retningslinier antages at skære hinanden, kaldes Øiets optiske Midtpunkt. Bestemt at angive dets Plads, kan neppe endnu siges at være lykket. Det maa omtrent ligge midt i Synsaxen; meget antageligt synes det at være, at det ligger lige i Nethindekuglens Midtpunkt.

Fra det optiske Standpunkt stiller Forholdet sig i det Væsentlige ganske i Overeensstemmelse hermed, i enkelte Punkter dog noget anderledes.

Ganske i Overeensstemmelse dermed er det, naar man tænker sig Lyset fra hvert ydre Punkt komme i lige Linie til Øiets Overflade i Form af en Kegle, hvis Axe bliver den Straale, der falder lodret derpaa og som Følge deraf gaaer ubrudt ind igjennem Hornhinden, og fremdeles antager denne at fortsætte sin lige Bane indtil Nethinden, paa Veien krydsende sig med alle de øvrige Lyskegleaxer i et fælleds Midtpunkt. Den ene Antagelse synes endog at betinge den anden; Lyskegleaxerne at maatte være ligebetydende med hine Retningslinier. Men for at bringe begge Theorierne i fuldkommen Overeensstemmelse, stille sig store, maaskee uovervindelige Hindringer i Veien.

De physiologiske Retningslinier kan man neppe tænke sig uden som snorlige Linier i hele deres Forløb fra Nethinden gjennem alle Øiets indre Dele ud i Rummet til selve de tilsvarende ydre Punkter. Men i saa Fald kunne de ikke falde sammen med de tilsvarende Lyskegleaxer; thi hver Lyskegleaxe er selv en Lysstraale, og ingen Lysstraale kan, ifølge hele Øiets dioptriske Bygning, gaae aldeles ubrudt gjennem alle Øiets Dele uden netop den, der falder sammen med Øiets Synsaxe. At klare det her stedfindende høist indviklede Forhold, have især i den seneste Tid flere Optikere og Naturforskere overhovedet gaaet ud paa med saa streng Alvor og saamegen Dygtighed, at man vistnok tør nære Haab om, at det omsider vil lykkes dem. Foreløbig være det tilladt, at gjøre et Par Bemærkninger, for at vise, at den hele Uovereensstemmelse mellem hvad Physiologien og hvad Optiken lærer, dog neppe kan siges at virke forstyrrende ind paa hvad det her gjelder om at beregne.

Vel er det nemlig sandt, at ingen Lysstraale kan gaae fuldkommen ubrudt gjennem hele Øiet indtil Nethinden, undtagen netop den ene, der falder sammen med Øiets Synsaxe, og at navnlig de langt mere yderligt indtrædende Axestraaler, ved at støde an mod Øienlindsen, nødvendigviis maa brydes fra den lige Bane, de hidtil ere fulgte lige fra deres Udgangspunkt af; men under Betragtningen af de ydre Gjenstande synes neppe heller andre Lyskegleaxer at komme i Anvendelse end de nærmest om Synsaxen liggende, der altid ere at ansee for centrale. Thi under Betragtningen af en ydre Gjenstand er Blikket altid kun fæstet paa en yderst ringe Deel deraf ad Gangen. Øiet er ei heller istand til, i et og samme Nu med tilstrækkelig Skarphed at see meer end en saadan yderst ringe Deel deraf. Beviset herfor ligger i den Erfaring, at man ved at holde en Bog opslaaet 8—12'' fra Øiet, og fæste Blikket stivt og ubevægeligt paa et enkelt Bogstav deri — hvad der ikke lykkes uden med en meget fast Villie — neppe er istand til, samtidig at skjelne tydeligt meer end et Par af de nærmest hosstaaende Bogstaver foruden. Men en saadan Stirren er noget Fremmedt og Unaturligt for det levende Øie, noget lige saa Fremmedt og Unaturligt for Øiet, som en urokkelig Vedhængen ved et og samme Punkt, med Opgivelse af alle andre, er for Tanken. Thi Øiet følger Tanken med selve Tankens Hurtighed. Det er rigtigt, at vi sige den hele Synskreds sees i samme „*Øieblik*", som den opfattes af vor Bevidsthed, men dette Øieblik er ikke et „Nu", det indeholder Begrebet Tid. Og hvor kort denne Tid end monne være, indbefatter den dog en uendelig Række af »Nu«er eller Tidsatomer, i hvert af hvilke Synsaxen ændrer sin Stilling.

I Øiet *C* (Tab. 1, Fig. 1) vil af den schematiske Gjenstand *AB* vistnok aldrig Punktet *B* staae bestemt begrendset i sit tilsvarende Nethindepunkt *b* samtidig med Punktet *A* i *a;* men ei heller vil nogensinde Synskredsen klart kunne opfattes samtidig under saa stor en Synsvinkel som Vinklen *c.* I et og samme Øieblik oversee vi en endnu langt større Synskreds, men i dette Øieblik indtage denne Synskredses enkelte Punkter — uden at vi blive os det bevidst — skifteviis den gunstigste Plads lige i Øiets Synsaxe. Nethindebilledet har intet heelt Øieblik staaet fast som en Photographie. Tvertimod finder under Synet ikke mindre, end under maaskee al anden Sandsning, en uafbrudt Bevægelse Sted af Sandsefladen. Derved maa Nethindebilledet være underkastet en uafbrudt Række Forandringer, men derved maae ogsaa flere forskjellige Dele af den synlige Gjenstands Overflade skifteviis opfattes i Synsgruben. Nærmest synes i denne Henseende Øiet at kunne sammenlignes med Føleredskaberne, og Blikkets Uro under den skarpe Betragtning at svare til Fingerbevægelserne under Befølingen af en Overflade. Hvor paafaldende det end kunde synes, at Opfattelsen af et synligt Forhold bliver allerklarest ved at skee gjennem en Række forskjellige Opfattelser, der først bagefter i vor Bevidsthed sammensættes til et Hele, skeer dog ogsaa Opfattelsen af et Legemes ydre Former allerklarest medens Haandfladen eller Fingerspidsen prøvende bevæger sig flere Gange frem og tilbage hen over den. — Man veed, at Opfattelsen gjennem Synet ganske almindelig skeer, ikke gjennem eet, men gjennem to Nethindebilleder. *Wheatstone* har lært os at efterligne denne Fordobling af Opfattelsen, — maaskee vil Stereoskopet kunne indrettes til ogsaa at efterligne Opfattelsens Skifte under Blikkets naturlige Uro, ved at lade Dobbeltegningerne opgive deres faste, stive Leie. Men Efterligningen i denne Retning vil dog altid blive høist ufuldkommen, thi hvor ubestemt end Blikket kan synes at være under en Gjenstands Betragtning, saa styres det dog med hele Instinctets Sikkerhed.

Om hvad her er udtalt kunne Meningerne være forskjellige, dog vistnok kun forsaavidt, som man kan ansætte Grendsen snevrere eller videre for Blikkets Bevægelser i et og samme Øieblik. Vor Hensigt med at udtale det har kun været at vise, at den schematiske Construction, saavel af Physiologernes Retningslinier som af Optikernes gjennem hele Øiet forløbende Kegleaxer, vistnok altid bliver usikker, men dog tilstrækkelig sikker til derpaa at begrunde Beregningen af det Synliges Opfattelse, saalænge man *enten* holder sig til en saa lille Synsvinkel, som den, hvorunder det levende Øie kan antages i et virkeligt »Nu« at opfatte det Synlige, *eller* man ved den schematiske Figur ikke just tænker sig een enkelt Opfattelse, men snarere den hele Opfattelsesrække, der ligger indenfor hvad man vilde kalde et Øieblik.

Men naar nu Valget er mellem de forskjellige Punkter i Synsaxen, hvortil man har henlagt Øiets egentlige Midtpunkt eller optiske Punkt, saa turde dog maaskee Krydsningspunktet for samtlige i Øiet indtrædende Lyskegleaxer — eller idetmindste for alle dem deriblandt, som endnu ligge nær nok ved Synsaxen til at kunne ansees for centrale Straaler — være at foretrække, og Øiepunktet C skal da i alle vore Figurer nærmest betyde netop dette imaginære fælleds Krydsningspunkt for Lyskegleaxerne, saa at vi i alle Tilfælde ved en Gjenstands »*Synsvinkel*« eller den Vinkel, der bestemmer dens synlige Størrelse, ville forstaae *en Vinkel, som enhver af dens yderste Lyskegleaxer danner med Synsaxen i Hornhindens Kuglemidtpunkt.*

I Fig. 1 forestiller AB et schematisk Gjennemsnit af en Gjenstands nederste Halvdeel, C og C' Hornhindens Kuglemidtpunkt i to Øine — eller i et og samme Øie i to forskjellige Afstande. I den Lyskegle, der fra Gjenstandens Grendsepunkt B falder paa Øiet C's Hornhinde dg, bliver BC den lodrette Straale, altsaa Axen, c Synsvinklen eller den Vinkel, der bestemmer AB's synlige Størrelse i denne Stilling af Øiet. Lyskeglen fra samme Punkt B til Øiet C' faaer til Axe BC', Synsvinklen bliver c'. Forholdet mellem c og c' er, saalænge de ere smaa, netop det omvendte af Forholdet mellem deres Toppunkts Afstand fra Gjenstanden, $c:c' = AC':AC$, af den simple Grund, at disse to Vinkler have AB til fælleds Tangent med AC og AC' til Radius. Men nu staaer ogsaa Straalespredningen i hver af Lyskeglerne i omvendt Forhold til Afstanden, og dette atter af den simple Grund, at samtlige Lyskegler have een og samme Grundflade, nemlig Hornhindens Overflade, deres Spredningsvinkel altsaa maa staae i omvendt Forhold til Længden af deres Axer.

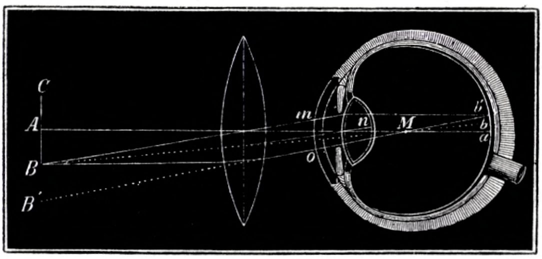
Vor Figur 1 kan saaledes tjene til at oplyse den fra Perspectivlæren noksom bekjendte Sætning, at i samme Forhold, som Afstanden tiltager, aftager *baade* Straalespredningen og Synsvinklen, og at man af den forøgede Axelængde kan slutte umiddelbart til den formindskede Synsvinkel. Men den kan tillige tjene til at oplyse, at dette bestemte Forhold mellem Lyskeglernes Længde og Synsvinklens Gradmaal — eller mellem Straalespredningen i hver enkelt Lyskegle og den synlige Størrelse — kun kan bestaae, saalænge Yderaxerne komme *ubrudte* til Øiet, altsaa kun ved Synet med ubevæbnede Øine. Den viser nemlig, at denne Overeensstemmelse mellem Synsvinklernes og Hovedaxernes Udmaaling kun beroer paa, at Hovedaxerne ere Synsvinklernes Radier, medens Gjenstandens ideale Gjennemsnit er deres fælleds Tangent, et Forhold, som ganske maa forandres, naar Lyset undergaaer en Brydning eller Tilbagekastning paa Veien mellem Gjenstanden og Øiet. At Synsvinklens Størrelse staaer i lige Forhold til Straalespredningen er særegent for Synet med blotte Øine; under Øiets Bevæbning staae Synsvinkel og Straalespredning eller Axelængde i ganske andre gjensidige Forhold, der særlig maae beregnes.

Ved *Synet med bevæbnede Øine* maa den synlige Størrelse selvfølgeligen bedømmes efter samme Maalestok som ved Synet med blotte Øine, altsaa efter Synsvinklens Størrelse, og Synsvinklen bestemmes paa selvsamme Maade, altsaa, ifølge det Foregaaende, som den Vinkel, der dannes i Hornhindens Kuglemidtpunkt mellem Synsaxen og den fra Gjenstandens Grendsepunkt lodret i Øiet indtrædende Straale, med andre Ord Yderaxen.

Det følger heraf, at Forstørrelsen eller Formindskelsen i alle Tilfælde maa beroe paa, hvad forandret Stilling til Synsaxen den enkelte Straale vil faae, der ved Lysbrydningen bliver til Yderaxe. For at faae en haandgribelig Forestilling om, hvorledes denne Indflydelse af Lysbrydningen paa Yderaxernes Stilling til Synsaxen gjør sig gjeldende i Synsvinklen, behøver man kun at tegne en Lyskegle, der fra en ydre Gjenstands ene Grendsepunkt gaaer igjennem det lysbrydende Legeme og derfra fortsætter sin Bane, enten med Straaler, divergerende i en Retning, som om de vare udgaaede fra Punktets længere tilbageliggende *virtuelle* Billedpunkt, eller med *parallele* Straaler, eller endelig med Straaler, der convergere mod Grendsepunktets *reelle* Billedpunkt i Afstanden $\frac{af}{a-f}$, — og derpaa tegne Øiekuglen indskudt i det brudte Lysknippe, dog saaledes, at Øiets Synsaxe falder sammen med Lindseaxen. Det vil da strax vise sig, at den Straale, der i de brudte Straalers Knippe kommer til at skære Øiets Midtpunkt, altsaa den nye Yderaxe, danner en heel anden Vinkel med Synsaxen, end Yderaxen fra samme Gjenstand uden Lindsens Mellemkomst, i det førstnævnte Tilfælde (Gjenstanden indenfor Brændvidden) altid en større, og en destørre, jo længere Øiet er tegnet at staae fjernet fra Lindsen, i det andet (Gjenstanden stillet i Brændvidden) en endnu større end i det første, men derhos altid en lige stor, hvad end Øiets Afstand er, — i det tredie endelig, alt efter Øiets længere eller fjernere Stilling, enten en yderlig forstørret eller — naar Øiets Midtpunkt stilles hiinsides det reelle Billede — tvertimod en formindsket.

Man vil ved dette simple Forsøg ikke blot kunne gjøre sig en Forestilling om, hvorledes Lysbrydningen maa virke umiddelbart ind paa Gjenstandenes synlige Størrelse, altsaa danne sig den, idetmindste efter min Mening, rigtige Theorie om Lysbrydningens Indflydelse paa Gjenstandenes synlige Størrelse; men det kan end ikke betvivles, at man jo ved at gaae denne Vei, ligesom ved ene og alene at følge de almindeliggjeldende perspectiviske Love (see Pag. 308) vilde komme til de Resultater, der ad andre Veie udførlig ville findes beregnede i det Følgende.

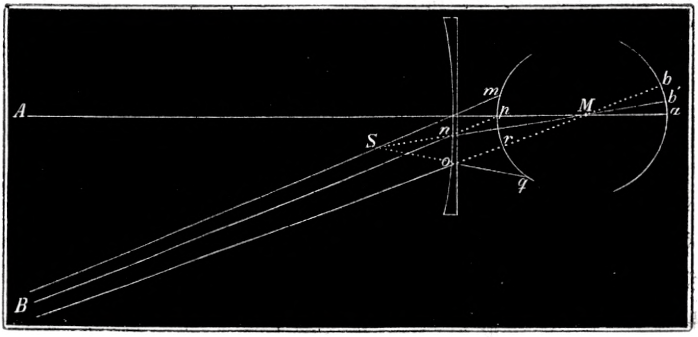
Den her givne Theorie har jeg allerede for flere Aar tilbage søgt at gjøre gjeldende, uden at det er mig bekjendt, hvorvidt den skulde være bleven tagen til Følge. I en lang Aarrække har jeg forklaret den ved mine offentlige Forelæsninger for de Studereude ved Kjøbenhavns Universitet, og i min Haandbog i Physiologien, 1ste Deels anden Udgave, Kbhvn. 1851, oplystes den ydermere ved et Træsnit, som det maaskee ikke vil være overflødigt her igjen at drage frem. Den ledsagedes med føl-



gende Forklaring. »Gjenstanden *CAB* er stillet i en Lindses Brændvidde (1''). Fra hvert af dens Punkter ville altsaa Lyskeglerne naae til Øiet med parallele Straaler. Gjenstandens midterste Deel *(A)* falder lige i Synsaxen *(a)*. Fra hvert af dens Grendsepunkter *(B)* vilde uden Lindsens Mellemkomst Lyskeglens Axe være den rette Linie fra selve Punktet til *M* (den punkterede Linie *BMb*); det vilde altsaa træffe Nethinden $\frac{1}{2}'''$ udenfor Synsaxen. Men ved Gjennemgangen gjennem Lindsen blive alle Straalerne i dette Grendsepunkts Lyskegle parallele saavel indbyrdes, som navnlig med den Straale *(Bm)*, der gaaer igjennem Lindsens Midtpunkt. Lyskeglen fra *B* træffer altsaa

Nethinden (i *b'*) 1''', istedetfor $\frac{1}{2}$''', udenfor Synsaxen; det Samme gjelder for det modsatte Grendsepunkt *(C)*, og hele Gjenstanden sees ved Lindsens Mellemkomst to Gange større i Gjennemsnit, end den vilde have været seet uden samme i lige Afstand. Dette er den egentlige Forstørrelse, der umiddelbart kan tilskrives Lindsen.«

Til denne Figur føiedes i mit populære Skrift: »Das physische Leben« fra 1852 (Pag. 384) endnu en anden, hvorved



paa samme Maade forklaredes den Formindskelse, som Gjenstandene lide ved at sees gjennem Huulglas. (*Aa:* den ubrudte Axe til den fra det fjerne Punkt *A* udgaaede Lyskegle; *BSm*, *Bnp* og *Bor:* de svagt spredte Straaler af den fra et fjernt Punkt udgaaede Lyskegle. Straalen *BSm* gaaer ubrudt gjennem Lindsen. *Bn* træder, istedetfor i Retningen *np*, som *nMb'* til Nethinden; *Bo* bliver, istedetfor at komme til Nethinden som *orMb*, kastet udefter i Retningen *q*.)

Ligesom denne Figur paa sædvanlig Maade forklarede Huulglassets Egenskab at gjøre tydeligt hvad der ligger udenfor Synsvidden ved at forøge Straalespredningen navnlig f. Ex. i Lyskeglen fra det fjerne Punkt *B*, eller, hvad der er ligebetydende dermed, ved at forkorte Axerne, altsaa formindske selve Gjenstandens synlige Afstand, — saaledes gaves deri en, saavidt vides, ny Forklaring af dets Egenskab, samtidig at formindske de synlige Gjenstande, nemlig den, at ved en forøget Divergents mellem de enkelte Straaler indbyrdes i hver Lyskegle nødvendigviis maatte fremkaldes en formindsket Convergents mellem alle Kegleaxerne og Synsaxen, altsaa ogsaa en formindsket Synsvinkel og et formindsket Nethindebillede.

Disse to Figurer have forekommet mig tilstrækkelige i og for sig til at vise, at hver ydre Brydning af det til Øiet gaaende Lys fra de ydre Gjenstande, afseet fra Indflydelsen paa Straalespredningen i hver enkelt Lyskegle, *ogsaa har en Indflydelse paa den gjensidige Stilling af selve Lyskeglerne*, og at *Indflydelsen paa Straalebrydningen i hver enkelt Kegle ene og alene fremkalder Forandringen i den Tydelighed, hvormed Gjenstandene sees, medens Indflydelsen paa alle Kegleaxernes gjensidige Stilling ene og alene fremkalder Forandringen i Gjenstandenes synlige Størrelse.*

Ved Brændglassenes Brydning aftager Divergentsen af de enkelte Straaler i hver Lyskegle, men tiltager samtidig Convergentsen mellem Kegleaxerne indbyrdes. Den formindskede Straalespredning i hver Lyskegle gjør alt Det tydeligere, der ligger indenfor Synsvidden; den sætter os istand til at iagttage Gjenstandene i en større Nærhed, altsaa at see dem under en større Synsvinkel, — men ikke under en større end den, der ifølge den perspectiviske Lov tilkommer dem efter deres Afstand fra Øiet, altsaa ikke egentlig at see dem forstørrede; thi da det dog er nødvendigt at skjelne den Forøgelse af den synlige Størrelse, som Perspectivet fordrer, fra den, som strider lige derimod, vil det vel være nemmest at betegne hiin som den uegentlige, denne som den egentlige Forstørrelse, eller helst under hiin blot at sige Gjenstanden er bleven *större,* kun under denne at kalde den *forstörret.* Det er muligt, at undertiden den usædvanlige Tydelighed af de indenfor Synsvidden liggende Gjenstande kan fremkalde en dunkel Forestilling om, at de ere fjernere og absolut større end i Virkeligheden; men at det ganske almindelig skulde være Tilfældet under Benyttelsen af et hvælvet Brilleglas eller en Lupe, stemmer neppe med Erfaringen. Enhver saadan Forklaring af Brændglassenes Forstørrelsesevne bliver desuden reent overflødig, da den Indflydelse, som Lysbrydningen i en Samlelindse beviisligen udøver i en anden Retning, nemlig ved at forøge Kegleaxernes Convergents, nødvendigviis og umiddelbart maa frembringe en Forøgelse af Synsvinklens og Nethindebilledets Omfang, en Forstørrelse i Ordets strengeste Betydning.

Paa lignende Maade, i omvendt Retning, forholder det sig med Lysbrydningen i Huulglassene. At en Nærsynet, om endog den allerførste Gang, han betjente sig af et Huulglas, ved at see de fjerne Gjenstande ligesaa tydelige, som ellers kun de allernærmeste, i det første Øieblik skulde have antaget dem for virkelig at være ganske smaa nærliggende, forekommer mig meget tvivlsomt, hvorimod det er afgjort vist, at han ved gjennem Huulglasset at faae dem at see tydeligere, nødvendigviis tillige maa faae dem at see formindskede. Ved ikke blot at bringe de enkelte Straaler i hver Lyskegle i en stærkere Divergents, men tillige at bringe selve Lyskeglerne i en svagere Convergents — saa at f. Ex. *Bmr* forvandles til Lyskeglen *Smq* — komme Keglernes nye Axer nødvendigviis til at danne en mindre Vinkel med Synsaxen, Yderaxerne altsaa ogsaa til at danne mindre Synsvinkler, Nethindebillederne til at blive mindre, end de ifølge Perspectivet skulde være efter Gjenstandenes Afstand, — og der indtræder en virkelig Formindskelse.

De her vundne Resultater ere paa det Mangfoldigste blevne prøvede ved særlige Forsøg. Til Undersøgelsen af nærliggende Gjenstandes Forstørrelse eller Formindskelse ved at sees gjennem Brændglas og Huulglas i de meest forskjellige gjensidige Stillinger, betjente jeg mig helst af en Tommestok, der paa sin ene Rand er inddeelt i Liniemaal, paa den anden i Millimetre. De lige afmaalte Inddelinger sammenlignedes med det ene Øie gjennem Lindsen, med det andet udenom samme, en Færdighed i Øinenes Brug, som Enhver vil have erhvervet sig ved nogenlunde hyppigt at aftegne Gjenstande under Lupen. I alle Tilfælde indtraf ikke alene en Forstørrelse eller en Formindskelse overeensstemmende med den nysgivne Theorie; men fra det Øieblik af, at Formlen var funden for hvor stærk Forstørrelsen eller Formindskelsen efter Theorien maatte blive (efter Lindsens Brændvidde og den gjensidige Afstand mellem Gjenstand, Lindse og Øie), svarede ogsaa Forstørrelsens eller Formindskelsens Grad i alle Tilfælde nøiagtig til Beregningen. Aldrig var jeg istand til, ved nogensomhelst Illusion at faae Gjenstandene gjennem Lindsen til at synes, om end det allermindste, større eller mindre, end de efter Beregningen skulde vise sig ene og alene ifølge Lysbrydningens i det Ovenstaaende beskrevne Indvirkning paa Kegleaxernes Convergents, eller end de ved Udmaalingen fandtes at være.

Beregningen af Formlen for Lysbrydningens Indflydelse paa Lyskeglernes Convergents og dermed paa Gjenstandenes *synlige Störrelse*, er der ingen Tvivl om, kan udføres ved at gaae ud fra Lysbrydningens bekjendte Indflydelse paa Straalernes Retning i Almindelighed og forfølge de brudte Straaler paa deres Bane til Øiet. Man maatte derved i hvert Tilfælde kunne finde den Straale i Lyskeglen fra Gjenstandens yderste Punkt, der efter Brydningen vilde, altefter Øiets Afstand, blive dens Axe, altsaa den, der ved sit Sammenstød med Synsaxen vilde komme til at bestemme Synsvinklen, hvorefter då Formlen snart maatte kunne beregnes. Lysbrydningens Indflydelse paa Gjenstandenes synlige Størrelse lader sig bringe i en bestemt Formel ved paa denne Maade at gaae ud fra Lysbrydningens bekjendte Indflydelse paa Straalernes Retning i Almindelighed saavel i Huulglas som i Brændglas; men alligevel har jeg dog maattet foretrække, ved denne Undersøgelse at gaae den modsatte Vei, nemlig fra Øiet af. Dertil bevægede mig følgende Betragtning.

Beregningen af den Indflydelse, som Lysbrydningen i Brændglas og Huulglas har paa Gjenstandenes synlige Størrelse, alt efter deres forholdsvise Afstand fra Glasset og Øiet, er i Grunden det Samme, som Beregningen af *Perspectivet gjennem lysbrydende Legemer i Almindelighed.* Men Beregningen af Perspectivet, veed man, skeer altid beqvemmest og sikkrest fra Perspectivpunktet af, og Perspectivpunktet under Gjenstandenes synlige Opfattelse er naturligviis hiint optiske Midtpunkt i Øiet; de physiologiske Retningslinier fra Nethinden gjennem dette Punkt ud i Rummet saavelsom de optiske Lyskegleaxer fra de synlige Gjenstande gjennem alle Øiets Dele hen til Nethinden, kunne betragtes som Perspectivlinierne fra dette Punkt, paa den ene Side til Synskredsen, paa den anden til Nethindebilledet.

Saalænge Talen kun er om Synet med ubevæbnet Øie, behøver man til at beregne Perspectivet fra Øiet af, som bekjendt, foruden Synsaxens Forlængelse kun en eneste af hine physiologiske Retningslinier, der kan vælges ganske vilkaarligt. Til en saadan kunde man f. Ex. i Øiet C i vor første Figur vælge bCB, i Øiet C' Linien $b'C'B$. Man veed da, at ligesom ikke blot Punktet A, men ogsaa alle øvrige ydre Punkter i Synsaxens Forlængelse, faae deres rette Plads i Nethindepunktet a eller a', skjøndt, alt efter hvorvidt Afstanden svarer til Synsvidden, sædvanligviis meer eller mindre ubestemt begrendset, saaledes maa ogsaa ikke blot Punktet B, men samtlige de i Linien CB liggende ydre Punkter faae deres rette Plads i Nethindepunktet b, de i Linien BC' i Nethindepunktet b'. Tænker man sig nu fra en saadan Skraalinie BCb eller $BC'b'$ en Række lodrette Linier op mod den forlængede Synsaxe for at betegne de ideale Gjennemsnit af lige saamange ydre Gjenstande, saa ligger det i Betydningen af alle Figurens Linier, at samtlige disse Gjenstande maae faae samme Synsvinkel og samme Omfang paa Nethinden, altsaa sees ligestore, hvor forskjelligt tydelige de end monne vise sig. Man seer, at alles Nethindebillede maa, lig de reelle dioptriske Billeder i Almindelighed, staae i omvendt Stilling paa Nethinden; man veed, at de, ifølge den ovenfor skildrede Opfattelsesmaade gjennem Retningslinierne og Nethinden, netop derved komme til at sees opretstaaende. Ved en simpel Udmaaling eller ved en lige simpel geometrisk Beregning finder man Perspectivets Grundsætninger: at en Gjenstand, for i en 2, 3 eller n Gange saa stor Afstand fra Øiets Midtpunkt at sees ligestor med en anden, maa være 2, 3 eller n Gange saa stor i Gjennemsnit, altsaa at naar to Gjenstandes Afstand fra Øiets Midtpunkt er eens, forholde deres virkelige Størrelse sig som deres synlige, eller, naar omvendt to Gjenstandes virkelige Størrelse er eens, forholder deres synlige Størrelse sig omvendt som deres Afstand fra Øiets Midtpunkt. Den i Mathematiken nogenlunde Øvede læser Grundformlen for Perspectivet strax ud af Figuren; thi naar Synsvinklen kaldes c, den virkelige Størrelse g, Afstanden fra Øiets Midtpunkt b, saa bliver $\operatorname{tang} c = \frac{g}{b}$, og da vi, naar c er en lille Bue, som Tilfældet — ifølge hvad ovenfor er bleven udviklet — altid er ved det bestemte Syn, kunne sætte Buen lig Tangenten, faae vi $c = \frac{g}{b}$, hvor da c bliver den Buelængde, der svarer til Radius 1. Er $\frac{g}{b} = c$, saa er ogsaa $\frac{2g}{2b}$, $\frac{3g}{3b}$ o. s. v. $= c$; bliver b til $b + d$, saa maa c blive til $\frac{g}{b+d}$ — kort sagt, der er neppe nogen Sætning i den almindelige Perspectivlære, der jo skulde kunne udledes af en saa simpel schematisk Figur: et skizzeret Øie, Synsaxen forlænget ud i Rummet, og endnu en anden lige Linie, trukken fra et vilkaarlig valgt Sted af Nethinden gjennem Øiets Midtpunkt ligeledes ud i Rummet. Naar det overhovedet vistnok med Rette kan udtales, at Hovedmidlet, hvorved det er lykket, at gjøre en saa streng mathematisk Videnskab som Optiken forholdsviis saa let fattelig selv for Ikke-Mathematikere, har været det heldige Brug, man har vidst at gjøre af schematiske Lineærtegninger, hvorved man ofte som ved eet Øiekast kan gjøre anskuelig for Enhver, hvorledes Forholdene ere, ikke sjeldent endog, hvorledes de ikke kunde være anderledes, saa fortjener unøgtelig den her paaberaarte bekjendte schematiske

Figur til Oplysning af de perspectiviske Forhold i Almindelighed en værdig Plads iblandt dem.

Da jeg engang i Aaret 1849 tilfældigviis under saadanne Betragtninger havde hiin saa lærerige, almindelig bekjendte schematiske Figur liggende foran mig, faldt det mig ind, at hvis man kunde tegne *en lignende Figur for* **Perspectivet gjennem en Samlelindse,** saa maatte man derved kunne gjøre Grundsætningerne i Dioptriken for Gjenstandenes *synlige Forstørrelse* — d. v. s. for den forskjellige Størrelse, hvori de vise sig gjennem en vis Samlelindse under de forskjellige Afstande af Øiet og Gjenstanden — lige saa let anskuelige for Enhver, som det ved hiin Figur er lykket at gjøre Grundsætningerne i Perspectivet for det ubevæbnede Øie. — En saadan schematisk Figur, forekom det mig, maatte nok kunne tegnes. Min Tankegang var omtrent følgende.

Saalænge Øiet er ubevæbnet, faae — som vi hørte — alle ydre Punkter i Synsaxens Forlængelse deres Plads i Nethindepunktet *a*, alle ydre Punkter i Skraalinien *bC*'s Forlængelse deres Plads i Nethindepunktet *b*. Men nu tænke vi os en Convexlindse indskudt mellem Gjenstanden *AB* og Øiet, — hvad Indflydelse maa dette have i denne Henseende paa det i Øiet indtrædende Lys og dettes Opfattelse af Bevidstheden?

Den Lyskegle, hvis Axe falder sammen med Synsaxen, vil endnu bestandig henhøre til Nethindebilledets midterste Punkt *(a)*; den, hvis Axe træder ind i Øiet under Synsvinklen *c*, endnu bestandig have sin Plads i Nethindepunktet *b*. Antage vi den konstige Lindse — hvad vi som Regel ere fuldkomment berettigede til at antage — stillet saaledes, at dens Axe gaaer i lige Flugt med Synsaxen, saa vedbliver denne midterste Axe eller »Hovedaxen« endnu som før at angive alle de dre Punkter, hvis Lys, forsaavidt det træder ind i Øiet, har sin rette Plads lige midt i Nethindebilledet, altsaa i Punktet *a*. Den hele Forandring i de perspectiviske Forhold bestaaer i den ene —

men rigtignok meget væsentlige Omstændighed, at medens endnu Lysindvirkningen paa hvert andet Nethindepunkt, saasom paa b, vedbliver at opfattes som udgaaet fra et Punkt i dets Retningslinies, — saasom Straalelinien bC's — lige Forlængelse, hidrører den nu, ved Lysbrydningens Indflydelse i Lindsen, fra ganske andre ydre Punkter. Dem gjelder det om at finde.

Disse ydre Punkter maae vel ogsaa antages alle at ligge i een Linie, og denne Linie kan dog vel neppe være nogen anden, end den, der som Lysstraale vilde blive saaledes brudt i Lindsen, at den mellem Lindsen og Øiet indtog hiin Skraalinies Plads. I denne nye Linie hiinsides Lindsen var det nu jeg troede, at man maatte kunne finde ligesom en Nøgle til Perspectivlæren for det bevæbnede Øie.

Man kunde have Betænkelighed mod at grunde hele Beregningen af den ydre Lysbrydnings Indflydelse paa en eneste Linie, hvis Forløb gjennem Øiet ingenlunde kan siges at være udgrandsket med fuld Sikkerhed; men derimod maa gjøres en Bemærkning, hvorved hele Fordelen af at vælge Øiet til Udgangspunkt for Beregningen paa det Tydeligste vil træde frem. Det er ganske rigtigt, at af vor Skraalinie BC's hele Bane gjennem Øiet i Virkeligheden ikke mere med Sikkerhed er kjendt, end netop dens lodrette Indtrædelse gjennem Hornhinden og dens ubrudte Forløb gjennem Vandvædsken indtil Øienlindsen; men dette er ogsaa aldeles tilstrækkeligt til Grundlag for Beregningen. Hvorledes nemlig end dens videre Forløb monne være, maa dog saameget ansees for afgjort, at det er et ved Øiets Bygning bestemt afmaalt, og at det navnlig er aldeles uafhængigt af, hvorledes dens Forløb har været forud for Indtrædelsen i Øiet. Men nu gjelder det ved Beregningen af den ydre Lysbrydnings Indflydelse paa Gjenstandenes synlige Størrelse ikke just om at finde deres Nethindebilledes absolute Størrelse; det gjelder kun om at finde dets relative Størrelse, navnlig i Sammenligning med samme Gjenstands Nethindebillede under Synet med ubevæbnet Øie. Naar det altsaa nu engang for alle er vedtaget, at hiin Skraastraale som Yderaxe for hvilken somhelst ydre Gjenstand giver Synsvinklen c og derhos et Nethindebillede, om hvilket vi neppe kunne bestemme, *hvor stort* det er, men dog, at det altid er lige stort, saa behøve vi kun, for at komme til et aldeles sikkert Resultat, at stille vor Opgave saaledes: under hvilke Former af den ydre Lysbrydning vil Nethindebilledet blive saa stort, som det bliver, naar Yderaxen danner Vinklen c med Synsaxen? Er Opgaven først løst i denne Form, vil den være let at løse under enhver anden.

Vor Skraalinie CB ville vi altsaa beholde under hele vor Undersøgelse som en staaende Straale. Naar den er bleven brudt ved at gaae f. Ex. igjennem en Samlelindse, ville vi kalde den Xlinien. Det er denne Linie, vi først maae søge at faae beregnet.

Xlinien, navnlig dens Retning mod Hovedaxen, er funden, saasnart vi vide, i hvilken Afstand fra Lindsen den vil støde sammen med den. Denne Afstand kalde vi x. For at beregne den, behøve vi imidlertid blot for nogle Øieblik at tænke os Skraalinien bC som en Straale, der tilhører en Straalekegle, udgaaet fra C. Naar en Straalekegle herfra, i Afstanden m, gaaer igjennem en Lindse, hvis Brændvidde er f, saa vide vi, at alle dens enkelte Straaler ville komme sammen med Keglens Axe hiinsides Lindsen i Afstanden $\frac{mf}{m-f}$. I denne Afstand vil altsaa ogsaa Xstraalen træffe Hovedaxen, vort x er altsaa $= \frac{mf}{m-f}$.

I Overeensstemmelse hermed er nu vor Fig. 2 bleven tegnet. LN forestiller Gjennemsnittet af en Samlelindses nederste Halvdeel. Den staaer 15^{mm} foran Øiets Midtpunkt ($m = 15^{mm}$), og dens Brændvidde er ansat til $7\frac{1}{2}^{mm}$ ($f = 7\frac{1}{2}^{mm}$). Foran Lindsen er opreist en Række lodrette Linier: gi, Fs, $g'i'$, Xh^0, $g''i''$, lutter Tangenter til Synsvinklen c. Men Skraastraalen CN er efter Udgangen af Lindsen i Punktet N bleven tegnet brudt henimod Hovedaxen og navnlig saaledes, at den, efterat have gjennemskaaret den hele Række Tangenter til Synsvinklen, træffer den i Punktet X, $\frac{15, 7\frac{1}{2}}{15-7\frac{1}{2}} = 15^{mm}$ fra Lindsens Midtpunkt L.

Efter min Mening skulde nu altsaa den Indflydelse, Lindsen LN's Mellemkomst udøver paa Gjenstandenes synlige Størrelse, bestaae deri, at Punkterne i Linien NX under Opfattelsen gjennem Nethinden træde istedetfor Punkterne i Linien Ni''. Skulde dette kunne bevises virkelig at være Tilfældet, saa turde det vel nok kunne indrømmes, at den nye Figur giver en lige saa let fattelig Oversigt over Perspectivlæren for det med en enkelt Samlelindse bevæbnede Øie, som hiin bekjendte Figur over Perspectivet for det ubevæbnede Øie. Thi vor nye Figur vilde da ikke mindre bestemt paavise, hvilken virkelig Størrelse en Gjenstand i hver forskjellige Afstand maa have, for at sees under Synsvinklen c, altsaa sees ligestor. Den maa aabenbart være udtrykt i Linierne, ikke mellem Synsaxens og Linien bC's Forlængelse, men mellem Synsaxens Forlængelse og den brudte Skraalinie X. Istedetfor at Gjenstandene, for af det ubevæbnede Øie at sees lige store i de forskjellige Afstande, maae tiltage i lige Forhold med Afstanden, viser sig her at indtræde lige det modsatte Forhold, idet de Gjenstande, der nu sees lige store i de forskjellige Afstande, saasom gh, Fr, $g'h'$, en lang Strækning tvertimod tage endog meget stærkt af i Størrelse med Afstanden, først længere tilbage, nemlig hiinsides Afstanden x, saasom $g''h''$, atter tage til.

Men ved denne Xlinie faae vi endnu langt flere og ikke mindre bestemte Oplysninger. Den viser os ganske nøiagtig 1) i hvor stor en Afstand fra Øiets Midtpunkt Gjenstandene ville begynde at vise sig i omvendt Stilling, nemlig fra Punktet X, altsaa i Afstandene $\frac{mf}{m-f}$ fra Lindsen, og den viser os 2) ikke mindre bestemt, hvor mange Gange Gjenstandene i enhver given Afstand ville vise sig større, end de efter den almindelige Perspectivlæres Love skulde vise sig — altsaa hvor stor Forstørrelsen maa blive. Den hele Række Tangenter til Synsvinklen c bag Lindsen er opstillet i indbyrdes Mellemrum af $2\frac{1}{2}$-5^{mm}, Lindsens Afstand fra Øiets Midtpunkt er 15^{mm}. I Afstanden 20^{mm} havde før Lindsens Mellemkomst den Gjenstand *(gi)*, der saaes under Synsvinklen *c*, Størrelse af 13^{mm}, nu derimod *(gh)* kun af omtrent $6\frac{1}{2}^{mm}$, — Forstørrelsen er altsaa her omtrent 2. I Afstanden $22\frac{1}{2}^{mm}$ var den *(Fs)* omtrent $14\frac{1}{2}^{mm}$, nu derimod *(Fr)* kun omtrent 5^{mm}, — Forstørrelsen er altsaa her omtrent 3. I Afstanden 25^{mm} var den *(g′i′)* $16\frac{1}{2}^{mm}$, nu derimod kun $3\frac{1}{2}^{mm}$, — Forstørrelsen er altsaa her over 5, i Afstanden 30^{mm} var den 20^{mm} stor, nu derimod er den $= 0$, Forstørrelsen altsaa ∞, i Afstanden 50^{mm} endelig var den $33\frac{1}{2}^{mm}$, nu er den $11\frac{1}{2}$. Forstørrelsen er altsaa aftaget til neppe 3, men dermed er fulgt en Omdreining.

Neppe havde jeg faaet tegnet den schematiske Figur, der skulde vise, under hvilken Forstørrelse en Gjenstand vil sees gjennem en Samlelindse, førend jeg forelagde mig det Spørgsmaal, om ikke ogsaa den *Tydelighed*, hvormed Gjenstanden i hvert af disse Tilfælde maa sees, d. v. s. *den Axeforlængelse, der hvergang ledsager Forstørrelsen, skulde kunne lade sig udtrykke paa samme Figur.* Jeg fandt da snart, at dette vilde kunne skee ved at tilføie endnu een Linie for hver givne Afstand, nemlig en Linie, der kunde angive det samtidig dannede dioptriske Billedes Plads. Men denne vil være fundet, saasnart man kun fra et hvilketsomhelst Punkt af Gjenstanden faaer bestemt Retningen af fleer end een Straale ved Udtrædelsen af Lindsen, og her befandt jeg mig paa et Gebeet, som allerede er fuldt bearbeidet af Optikerne. Da vi paa vor schematiske Figur i vor *X*linie have en staaende Straale fra det ene Grendsepunkt af samtlige bag Lindsen opstillede Gjenstande, hvis Forstørrelse vi have angivet, og Retningen af denne Straale ved

Udtrædelsen af Lindsen er givet i NC, saa behøve vi kun fra samme Grendsepunkt endnu at tage enten Midtpunktstraalen (den, der gaaer ubrudt gjennem Lindsens Midtpunkt) eller Brændpunktstraalen, for i dens Sammenstød med vor staaende Straale (Ci'') at erkjende Afstanden, hvori Lysudstraalingen fra hver af Gjenstandens enkelte Punkter kommer til at gaae for sig, efter den Retning at dømme, hvori Lyset som Følge af Brydningen straaler ind paa Øiet.

Paa vor Figur 2 er nu denne Midtstraale fra 4 af de givne Gjenstandes ene Grendsepunkt bleven anbragt i punkterede Linier.

Een af de valgte Gjenstande, gh, staaer indenfor Lindsens Brændvidde. Dens dioptriske Billede er altsaa et virtuelt, og staaer i Afstanden $\frac{fa}{f-a}$ bag Lindsen, nemlig paa Høide med Punktet h^0. For Gjenstanden Fr, der staaer lige paa Høide med Brændpunktet, bliver Midtpunktstraalen fra Punktet r parallel med vor Skraastraale Ci'', Billedet falder, som bekjendt, ud i det Uendelige. For Gjenstanden $g'h'$, der staaer $2\frac{1}{2}^{mm}$ udenfor Brændvidden, bliver Billedet et reelt, og dets Plads falder paa Høide med h'^0, nemlig 30^{mm} foran Lindsen, altsaa her 15^{mm} bag Øiet. For Gjenstanden $h''g''$ endelig vilde det reelle Billedes Plads være $9\frac{6}{11}^{mm}$ fra Lindsen, hvor det dog her ikke vil kunne dannes, end sige opfattes, saasom dets Plads vilde falde indeni Øiet. Overhovedet vil der i det af os her valgte Exempel af f og m (Lindsens Brændvidde og Afstand fra Øiets Midtpunkt) ikke kunne dannes noget reelt Billede, der skulde kunne blive synligt for samme Øie, eftersom Brændpunktet — den yderste Grendse for et reelt Billedes Dannelse overhovedet — kun ligger $7\frac{1}{2}^{mm}$ fra Øiets Midtpunkt, altsaa neppe nogensinde foran dets Hornhinde. Men hvis m var blevet ansat noget større, vilde dette, som Enhver veed, godt have kunnet blive Tilfældet.

Hvorvidt nu altsaa den i hvert af disse Tilfælde forstørrede Gjenstand vil blive tydelig for det vedkommende Øie, maa, som allerede anført, ganske beroe paa, hvorvidt dette formaaer at see tydeligt i den beregnede synlige Afstand, hvortil dog endnu hvergang maa adderes Længden af Lindsens Afstand fra Øiets Overflade (m—11^{mm}). Kalde vi denne Afstand (ligesom ovenfor) d', i Modsætning til Afstanden fra Øiets Midtpunkt (m), saa vil det forstørrede gh sees saa tydeligt, eller rettere utydeligt, som Øiet overhovedet formaaer at see i en Afstand af 19^{mm}, det forstørrede Fr saa tydeligt som i uendelig stor Afstand, $g'h'$ og $g''h''$ ville under deres Forstørrelse sende Lyset til Øiet med saa stærkt convergerende Straaler, at de endog for det meest langsynede Øie vistnok ville vise sig indhyllede i et uigjennemtrængeligt Taageslør. Kun naar det reelle dioptriske Billede faaer sin Plads foran Øiet — hvilket altid forudsætter, at Øiets forreste Flade staaer heelt udenfor Brændvidden — kan Gjenstanden atter blive tydelig (formindsket og dreiet om) fornemmelig for den Nærsynede, og det af den simple Grund, at Straalerne, efter at Yderligheden af deres Convergents har ført til en Krydsning, atter falde divergerende ind paa Øiet.

Saaledes har jeg faaet givet Forklaringen af min schematiske Figur 2, der er bestemt til at give et almindeligt Overblik over den Forstørrelse og den Axeforlængelse, som de ydre Gjenstande undergaae ved at sees i enhversomhelst Afstand gjennem en Samlelindse, navnlig medens Øiets Midtpunkt er stillet udenfor dens Brændvidde. Min næste Opgave maa nu være, *at bringe Beregningen af denne Forstørrelse i en bestemt Formel*, og det vil maaskee være hensigtsmæssigt, at gjøre dette for Gjenstandens fire Hovedstillinger, nemlig indenfor Brændvidden, i selve Brændvidden, nærmest udenfor samme og endelig udenfor Xpunktet, hvortil da kan benyttes de samme Exempler, som ere anbragte i Fig. 2, nemlig gh, Fr, $g'h'$ og $g''h''$. Ved at udvide disse fire Exempler af Hovedfiguren som ligesaa mange særlige Figurer (Fig. 3, 4, 5, 6) turde ikke blot hver af disse, men derved atter selve Hovedfiguren vinde i Tydelighed.

I Figur 3, som gjengiver den Deel af Figur 2, der tjener til *Beregniug af Gjenstandens Forstørrelse i Stillingen indenfor Brændvidden,* vil man strax gjenkjende den sædvanlige schematiske Fremstilling af virtuelle Billeders Dannelse, dog med Tilføielse af Øiets Midtpunkt i C og med den aldeles uvæsentlige Udeladeise af Figurens øverste Halvdel, hvilken Udeladelse vil gaae igjennem hele den følgende Række Figurer.

Lysudstraalingen fra Gjenstanden gh's ene Grendsepunkt h er bleven gjort fuldstændigere ved Tilføielse af Brændpunktstraalen hpF. Ved at forlænge dens brudte Deel pF og Midtpunktstraalen hL i omvendt Retning, faaer man Grendsepunktet h's Plads i det virtuelle Billede, nemlig h^0, og ved herfra at trække Lodlinien til Hovedaxen hele den nederste Halvdeel af det virtuelle Billede som g^0h^0. Efterat Grendsepunktet h's Plads i det virtuelle Billede er fundet ved Sammenstødet af Midtpunktstraalen og den brudte Brændpunktstraale i h^0, maa det staae frit, yderligere at fuldstændiggjøre Lysudstraalingen fra Grendsepunktet h ved at trække Linier fra det tilsvarende Punkt i Billedet (h^0) i hvilkensomhelst Retning og derefter forbinde deres Skæringspunkt med Lindsen ved en ny Linie til selve h punktet. Vi vælge da en Linie fra h^0 til Øiets Midtpunkt C, trække Linien Nh, og have da denne som en ny Straale fra Grendsepunktet h, der i Lindsen maa tænkes brudt i N og derfra kastet hen mod Punktet C, medens den, i denne sin nye Retning forlænget bagud, maa støde sammen med Midtpunktstraalen i det virtuelle Billedes Yderpunkt h^0. Man seer, at ved at følge denne af Optikerne sædvanlig fulgte Fremgangsmaade, opnaaes selvsamme schematiske Figur som ved den ovenfor anvendte, idet vi rettede os efter vor Xlinie.

Det er i Punktet C, vi have tænkt os Øiets Midtpunkt stillet. Før Lindsen LN's Mellemkomst saaes altsaa Gjenstanden gh under Synsvinklen gCh eller c. Gjennem Lindsen sees den derimod i sit virtuelle Billede g^0h^0, altsaa under Synsviklen g^0Ch^0 eller C. Forstørrelsen er følgelig udtrykt i Brøken $\frac{C}{c}$.

Men vi maae her benytte os af den sædvanlige Frihed, at bruge Tangenterne i Vinklernes Sted, og kunne gjøre dette uden Betænkelighed, eftersom Talen her nødvendigviis kun kan være om endog meget smaa Vinkler.

Tangenterne til Vinklerne C og c kunne vi vælge enten i det virtuelle Billedes eller i selve Gjenstandens Afstand. Vi foretrække det Sidste, forlænge altsaa gh til i, og have da gi som tg C, gh som tg c med den fælleds Radius gC. Kalde vi, for Kortheds Skyld, gi G, gh g, saa have vi Forstørrelsen udtrykt i Brøken $\frac{G}{g}$.

For nu at beregne denne Brøks Værdi, maae vi først forlænge Nh op til Hovedaxen. Den træffer den tilfældigviis lige i dens Krydsningspunkt med det virtuelle Billede g^0; men man seer strax, at dette Punkt tillige er og maa være vort Xpunkt. x eller $\frac{mf}{m-f}$ er nemlig 15^{mm}, men gh's virtuelle Billede ligger $\frac{5.\,7\frac{1}{2}}{7\frac{1}{2}-5}$ $\left(\frac{af}{f-a}\right)$ altsaa ogsaa 15^{mm} fra Lindsens Midtpunkt.

Vi have da i de to ligedannede Triangler giC og LNc

$$gi : LN = gC : LC,$$

og i Trianglerne LNg^0 og ghg^0

$$LN : gh = g^0L : g^0g,$$

altsaa, ved Multiplication af disse to Ligninger,

$$gi : gh = gC.\ g^0L : LC.\ g^0g.$$

Men nu have vi kaldt gi G, gh g. gC er, efter de ovenfor (Pag. 308) brugte Bogstavbenævnelser, $= a + m$, $g^0L = x$, $LC = m$ og $g^0g = x-a$.

Følgelig kan den ved Multiplication nys fundne Ligning omskrives til

$$G : g = (a+m)\,x : m\,(x-a).$$

$$\text{altsaa er } \frac{G}{g} = \frac{(a+m)\,x}{(x-a)\,m}.$$

Denne Formel for den umiddelbare Forstørrelse gjennem Samlelindserne af de Gjenstande, der ere stillede indenfor

Brændvidden, er særdeles let anvendelig i alle de Tilfælde, hvor vort x forud er beregnet; men vi ville dog ogsaa opstille Formlen efter dens Elimination ved Indsættelsen af dens Værdi $= \frac{mf}{m-f}$.

$$\frac{G}{g} = \frac{(a+m)\,x}{(x-a)\,m}$$

men
$$x = \frac{mf}{m-f};$$

altsaa er
$$\frac{G}{g} = \frac{(a+m)\,mf}{m-f} : \frac{mmf}{m-f} - am$$

$$= \frac{f\,(a+m)}{fm-am+fa} = \frac{f\,(a+m)}{f\,(a+m)-am}.$$

Formlen lader sig endnu yderligere forkorte til

$$\frac{f}{f-\frac{am}{a+m}} \text{ eller } \frac{1}{1-\frac{am}{f(a+m)}}$$

Man vil erindre, at vi ovenfor (Pag. 308) ad en ganske anden Vei, nemlig efter Perspectivlovene, allerede have beregnet den synlige Forstørrelse gjennem det virtuelle Billede, og at den da fundne Formel var ganske den samme, som den vi her have fundet. De to Beregninger kunne saaledes tjene til gjensidig at støtte hinanden. Mathematikeren vil maaskee holde sig alene til hiin, men Optikeren i Almindelighed, og i hvert Fald Physiologen, vistnok snarere til denne sidste Beregningsmaade. Mathematikeren vil fremdeles i Formlen, saasnart den er funden, erkjende den almindelig gjeldende *Lov for Perspectivet, under hvilkensomhelst Form af den ydre Lysbrydning eller Lystilbagekastning;* men Optikeren og Physiologen ville neppe ansee det for overflødigt, at faae den efterviist som den gjeldende Lov under hver af de forskjellige Former af Lysbrydningen og af Lystilbagekastningen i Særdeleshed, og at eftervise den som saadan er Hovedmaalet for hele den følgende Række Undersøgelser.

Gjenstandens Stilling lige paa Høide med Brændpunktet er givet særskilt i Figur 6. I $FsC - LNC$, $LNX - FrX$ gjenkjender man de to Par ligedannede Triangler, hvoraf Formlen blev beregnet i Figur 3, og man seer, at den her maa blive ganske den samme. Men da vi her have $a = f$, saa kan den fra $\frac{f(a+m)}{f(a+m) - am}$ gjennem $\frac{ff+fm}{ff+fm-fm}$ forkortes til $\frac{f+m}{f}$ $= 1 + \frac{m}{f}$.

Ifølge denne Formel *tiltager Forstörrelsen* af den i Brændpunktet stillede Gjenstand, under Øiets Tilbagerykning fra Lindsen i Afstandene 1, 2, 3 . . ., i Forholdet $\frac{f+1}{f}$, $\frac{f+2}{f}$, $\frac{f+3}{f}$ . . . Men samtidig skulde Gjenstandens synlige Størrelse efter Perspectivet *aftage* netop i samme Forhold, saa at Gjenstanden g i disse forskjellige Afstande maa vise sig som $\frac{g}{f+1}$. $\frac{g}{f+2}$, $\frac{g}{f+3}$. Den dioptriske og den perspectiviske Indflydelse hæve sig altsaa gjensidig, og den synlige Størrelse bliver $\left(\frac{g}{f+1} \cdot \frac{f+1}{f} = \frac{g}{f},\right.$ $\frac{g}{f+2} \cdot \frac{f+2}{f} = \frac{g}{f}$, $\left.\frac{g}{f+3}, \frac{f+3}{f} = \frac{g}{f}\right)$ i alle Øiets Afstande uforandret og navnlig den, som Gjenstanden vil have ved at sees med et ubevæbnet Øie i Lindsens Plads.

Til samme Resultat føres man iøvrigt ved følgende simple Tankeforsøg. Under Gjenstandens Stilling i en Samlelindses Brændvidde ere alle Straalerne fra hvert af dens enkelte Punkter indbyrdes parallele ved Udtrædelsen fra Lindsen, altsaa ogsaa alle Straalerne fra dens ene Grendsepunkt r Fig. 6, indbyrdes parallele og i lige store Vinkler stigende op mod Hovedaxen. Synsvinklen bliver følgelig den samme, hvad Afstand Øiet end monne have. Men blandt alle dens parallele Straaler er der een, hvis Vinkel med Hovedaxen forud er given, nemlig Lindsens Midtpunktstraale (rL Fig. 6). Det er den Synsvinkel, under hvilken Gjenstanden af det ubevæbnede Øie vilde været seet i Afstanden f, — under samme Synsvinkel maa den altsaa gjennem Lindsen ogsaa sees i enhver anden Afstand, forsaavidt iøvrigt dens Omfang og Kugleafvigelse tillader, at Gjenstanden bliver synlig igjennem den.

Naar Lysbrydningens Indflydelse paa de i *Brændvidden stillede* Gjenstande i Henseende til Straalespredningen og Axeforlængelsen kan udtrykkes saaledes, at den ligesom støder Gjenstanden tilbage i en uendelig stor Afstand, saa kan den i Henseende til Synsvinklen og den synlige Størrelse udtrykkes saaledes, at den ligesom trækker Øiet hen paa Lindsens Plads. Alt eftersom Brændglasset anvendes enten som Brilleglas eller som Lupe, er det hiin eller denne Indflydelse, der nærmest tilsigtes, men begge Indflydelser gaae her som overalt altid Haand i Haand. Gjennem den Langsynedes Briller er Forstørrelsen, selv medens Skriften holdes lige i Glassets Brændvidde, kun meget svag, i Forhold til Straalespredningens Formindskelse endog yderst svag. Det er høist sandsynligt, at den Langsynede almindeligviis snart vænner sig til denne svage Forstørrelse, ikke lægger Mærke til den, ja maaskee betvivler, at den finder Sted, ligesom jo neppe Nogen giver Agt paa i det daglige Liv, at Gjenstandene vise sig større i selvsamme Forhold som de komme os nærmere og let betvivler den perspectiviske Grundlov. Men hiin egentlige Forstørrelse bestaaer dog ligesaa vist som denne uegentlige, og Videnskaben overlader ikke til et simpelt Skjøn et Syn (Phænomen), der kan beregnes mathematisk.

Til særlig Betragtning af Forholdene, naar *Gjenstanden er stillet nærmest udenfor Samlelindsens Brændvidde,* navnlig mellem Brændpunktet og vort *X*punkt, tjener Figur 4.

Ligesom man i Figur 2 strax vil have gjenkjendt den sædvanlige schematiske Figur til Forklaring af de virtuelle Billeders Dannelse, vil man her gjenkjende den til Forklaring af de reelles. Gjenstanden $g'h'$ er stillet 10^{mm} eller $\frac{4}{3}f$ bag Lindsen. Ved Sammenstødet af Midtpunktstraalen og Brændpunktstraalen fra dens Grendsepunkt h' betegnes dettes Plads som

h'^0 i det dioptriske Billede $g'^0h'^0$, 30^{mm} eller $4f$ hiinsides Lindsen. Fra h'^0 er ogsaa her en lige Linie trukket til Øiets Midtpunkt og derfra forlænget først til Lindsen, dernæst til i' paa selve Gjenstandens Høide. Fremdeles er ogsaa her ikke blot trukket Linien Nh' fra Skraaliniens Skæringspunkt med Lindsen til Gjenstandens Grendsepunkt h', men denne atter forlænget til X, og endelig endnu Gjenstandens Gjennemsnitslinie $g'h'$, ligesom i de øvrige Figurer, forlænget ned til Skraalinien CNi'.

Derved opstaae nu de samme to Par ligedannede Triangler: $g'i'C - LNC$ og $LNX - g'h'X$, hvoraf vi paa de andre Figurer beregnede Formlen $\frac{f(a+m)}{f(a+m)-am}$, og man seer strax, at vi her ad samme Vei ville faae samme Formel for Værdien af Brøken $\frac{g'i'}{g'h'}$ eller, som den ovenfor kaldtes, $\frac{G}{g}$. Men hvor utvivlsomt det nu end er, at naar dette $g'h'$ eller g, som Tangent til Synsvinklen c med Radius Cg', bruges istedetfor Vinklen selv, da ogsaa den forstørrede Synsvinkel maa udtrykkes ved en Tangent med samme Radius, saa turde det dog trænge til nærmere Oplysning, med hvad Ret vi have troet at kunne bestemme denne Tangents Størrelse ved den Straale, der fra det dioptriske Billedes Grendsepunkt gaaer gjennem Øiets Midtpunkt. Og selv om dette skulde synes berettiget, turde det Spørgsmaal reises, om ikke det reelle Billede $g'^0h'^0$, ved saaledes at flyttes over paa den modsatte Side af Lindsen som $g'i'$, her maa anbringes i Beregningen som negativ. Til at reise dette Spørgsmaal turde der allerede af den Grund være Anledning, at jo dog i Reglen ganske vist Gjenstandene sees omdreiede gjennem Lindsen i de Tilfælde, hvori der dannes et omdreiet eller reelt Billede, ligesom de altid sees opretstaaende hvergang der dannes et opret eller virtuelt; — men dernæst ogsaa af den Grund, at i de optiske Formler altid Negationen netop betyder deels Stillingen paa den modsatte Side af Lindsen, deels Billedets Omdreining.

Skal Besvarelsen af det Spørgsmaal, om ikke det reelle Billede ved i den schematiske Figur at overføres til den modsatte Side af Lindsen bør faae Betydning af en negativ Størrelse, afhænge af, hvorvidt Gjenstanden i denne Stilling mellem Brændpunktet og Xpunktet gjennem Lindsen *sees* omdreiet ligesom Billedet, eller tvertimod opretstaaende, saa er den let at give; thi ved en Række omhyggelige Forsøg har jeg paa det Bestemteste overbeviist mig om, at den i denne Stilling altid sees opretstaaende, altsaa lige i Modsætning til det under samme Forhold dannede dioptriske Billede.

Hvad denne paa umiddelbare Iagttagelser begrundede Paastand angaaer, turde man maaskee betvivle, hvorvidt den kan være sikker, da Gjenstandene i denne Stilling jo maae blive utydelige at see gjennem Lindsen. Men naar det allerede engang ovenfor er blevet bemærket, at et fuldkommen tydeligt Syn almindeligviis slet ikke er nødvendigt, saa ville vi her gaae endnu et Skridt videre, idet vi paastaae, at selv det aabenbart Utydelige ofte kan være meer end tydeligt nok til endnu at kunne see derpaa hvad man behøver at see; thi dette gjelder navnlig for dette Tilfælde. Det er vistnok, at naar en Gjenstand, medens den betragtes gjennem en Samlelindse, rykkes lidt efter lidt tilbage hiinsides Brændvidden, bliver den meer og meer utydelig, og det deshurtigere, jo kortere Lindsens Brændvidde er; men det er lige vist, at naar man til Forsøg i denne Retning kun ikke vælger en Lindse med alfor kort Brændvidde, helst ikke under 4-6", og ikke holder Øiet synderlig langt udenfor Lindsens Brændvidde, saa at Værdien af $x\ \left(\frac{mf}{m-f}\right)$ bliver forholdsviis stor, vil selv den temmelig Nærsynede under Gjenstandens tiltagende Utydelighed altid endnu i en vis Strækning udover Brændpunktet have en god Leilighed til at overbevise sig om Gjenstandens Stilling saavelsom om dens synlige Størrelse. Under dens Tilbagerykning udover Brændvidden sees dens Forstørrelse at tage til i et stedse voxende Forhold, og ved Udmaaling vil man overbevise sig om, at den tager til, just i det Forhold, hvorefter $\frac{G}{g}$ er ansat i Hovedfiguren (Fig. 2) og beregnet i Formlen $\frac{f(a+m)}{f(a+m)-am}$. Først naar Gjenstanden er rykket tilbage omtrent halvveis mellem Brændpunktet og Xpunktet, bliver Utydeligheden omsider saa stor, at Gjenstanden synes at opløses i et Taagebillede, hvori end ikke Stillingen, end sige Begrendsningen af Gjenstanden kan skjelnes. *Men saalænge den endnu kan skjelnes, sees den at staae opreist.*

Det gjelder altsaa kun om at *forklare den Kjendsgjerning,* at Gjenstandene ud over Lindsens Brændvidde, men endnu indenfor Xpunktet, vise sig opretstaaende, medens dog det samtidig af dem ved Lysbrydningen dannede dioptriske Billede sees at staae omvendt. Man maa da først og fremmest gjøre sig aldeles klart, *hvad Betydning overhovedet de dioptriske Billeder have med Hensyn til selve Gjenstandenes synlige Opfattelse gjennem de Lindser, ved hvis Lysbrydning de dannes.*

Den eneste, men rigtignok høist vigtige Betydning, som alle dioptriske Billeder have i denne Henseende, er, at de paa det Nøiagtigste angive, *hvor Toppunkterne ligge* til de Lyskegler, hvis Indvirkning paa Nethinden gjør *selve Gjenstandene synlige.* At de *virtuelle* Billeder ikke i og for sig ere synlige, ja i Grunden kun ere reent schematiske Størrelser, kan i denne Henseende ansees for aldeles ligegyldigt. Det er noksom bekjendt, at de ligefuldt kunne anvendes i Beregningerne, som om det var dem, der gjennem Lindserne bleve synlige istedetfor selve Gjenstandene, og vi have ovenfor viist, at dette ogsaa lader sig anvende paa Beregningen af den egentlige synlige Forstørrelse. De kunne forsaavidt sættes fuldkommen i Lighed med Speilbilleder.

Om de *reelle* dioptriske Billeder kan det Samme siges at gjelde, dog maae de, ved at bruges som Grundlag for Beregningen af selve Gjenstandenes synlige Forhold gjennem Lindserne, *benyttes paa en forskjellig Maade, alt eftersom de enten findes foran eller bagved Øiets Midtpunkt.*

Staae de reelle dioptriske Billeder foran Øiets Midtpunkt, med andre Ord er $\frac{af}{a-f}$ mindre end m, hvilket Tilfælde, som bekjendt, navnlig indtræffer, naar man gjennem en Samlelindse betragter fjerne Gjenstande og derhos holder Øiet langt fra Glasset, saa have de fra det physiologiske Standpunkt samme Betydning som de virtuelle. Det Lys, der er udgaaet fra den gjennem Lindsen betragtede Gjenstand, kommer efter Brydningen netop i en saadan Retning til Øiet, som om det var udgaaet fra Billedet. Ligesom man i hiint Tilfælde ganske faaer Indtrykket af at see det virtuelle Billede, der dog slet ikke bestaaer som noget Virkeligt, saaledes faaer man i dette ganske Indtrykket af at see, ikke Gjenstanden bag Lindsen, men det foran samme dannede dioptriske Billede. Det er, om jeg ikke tager feil, en endnu temmelig udbredt Mening, at det virkelig er dette Billede, man seer, skjøndt Enhver veed, at det kun er synligt i den Retning, hvor Straalerne, efter deres Krydsning deri, fortsætte deres Bane. I Almindelighed tør dog vistnok idotmindste Optikerne antages at være enige i, at Det, »at see« et saadant reelt dioptrisk Kuftbillede, selv kun er et billedligt Udtryk, lig det »at see« et Speilbillede. Beviset herfor ligger allerede i den nysnævnte bekjendte Erfaring og kan desuden styrkes derved, at man gjennem en Samlelindse ved rette Stilling af Øiet endog i det lyseste Rum kan see saadanne fjerne Gjenstande omdreiede, som udsende et meget for svagt Lys, til at det ved den gjensidige Krydsning af hver Lyskegles enkelte Straaler selv paa en lysmodtagelig Flade skulde kunne træde frem i Form af et let kjendeligt dioptrisk Billede.

For iøvrigt rigtigt at bedømme, med hvilken overordentlig Lethed det brudte Lys *umiddelbart* danner det saakaldte Nethindebillede, maa man tilbagekalde sig den ovenfor (Pag. 309) gjorte Bemærkning, at dette saakaldte Nethindebillede slet ikke behøver at være et i og for sig synligt dioptrisk Billede, men netop kun en Lysindvirkning; og hvor modtagelige for Lysets Indvirkning de Stoffer end kunne være, man lidt efter lidt lærer at sammensætte til Brug for Daguerreotypien og Photographien, tør man dog neppe gjøre sig Haab om, nogensinde at opdage en Stofblanding, der i denne Henseende skulde kunne maale sig med det levende Øies lyssandsende Flade.

Ogsaa herom kunne Meningerne maaskee være deelte; men saa meget er og bliver vist og ubestrideligt, at det er aldeles ligegyldigt, for at see en ydre Gjenstand gjennem dens reelle dioptriske Billede, om dette er synligt i og for sig, eller ei.

Saavidt om den physiologiske Betydning af alle de reelle dioptriske Billeder, der ere stillede foran Øiets Midtpunkt. Men det er egentlig ikke dem, vi paa dette Trin af vor Undersøgelse havde at betragte; thi *det reelle dioptriske Billede, der ved Lysbrydningen i Lindsen dannes af en Gjenstand mellem Brændpunktet og Xpunktet, staaer aldrig, og kan aldrig komme til at staae foran Øiets Midtpunkt.* Beviset er let at give.

Benævnelsen Xpunkt have vi tillagt det Punkt i Hovedaxen, hvis Afstand fra Lindsens Midtpunkt $= \frac{mf}{m-f}$, d. v. s., det Punkt i Hovedaxen, hvori en Lyskegle, der tænkes udgaaet fra Øiets Midtpunkt, atter vilde faae sine Straaler samlede. Det ligger altsaa i dette Xpunkts Difinition, at ogsaa omvendt en Straalekegle, der tænkes udgaaet fra det, vilde ved at gaae igjennem Lindsen atter faae sine Straaler samlede med Hovedaxen i *Øiets Midtpunkt.* Men, har en Gjenstand, der staaer paa Høide med Punktet X, sit reelle dioptriske Billede paa Høide med Øiets Midtpunkt, saa maa *hver Gjenstand mellem dette Xpunkt og Brændpunktet nödvendigviis have sit reelle Billede hiinsides* Øiets Midtpunkt. For altsaa igjen at optage Traaden i vor Undersøgelse om Grunden, hvorfor de Gjenstande, der ere stillede mellem Brændpunktet og Xpunktet, ikke sees omdreiede i Lighed med deres dioptriske Billeder, men tvertimod opretstaaende, have vi nu at undersøge Betydningen af disse *bagved Øiets Midtpunkt stillede reelle Billeder* og deres Anvendelighed ved Beregningen af selve Gjenstandenes synlige Forhold gjennem Brændglasset. Dermed kunne vi, efter Alt, hvad nys er blevet bemærket, fatte os temmelig kort.

De reelle Billeder bagved Øiets Midtpunkt angive ikke mindre bestemt Toppunkterne for de brudte Lyskegler fra Gjenstandene mellem Brændpunktet og *X*punktet, end de reelle Billeder *foran* Øiets Midtpunkt angive dem for de brudte Lyskegler fra Gjenstandene udenfor *X*punktet. Men naar de reelle Billeder *foran* Øiets Midtpunkt, i Lighed med de virtuelle Billeder, angive den *Divergents*, hvormed hver enkelt Lyskegles Straaler komme til Øiet, saa angive de reelle Billeder *bagved* Øiets Midtpunkt omvendt den *Convergents*, hvormed de komme dertil; og naar de reelle Billeder *foran* Øiets Midtpunkt, fremdeles i Lighed med de virtuelle, angive *hvorfra* Lyskegleaxerne komme til Øiet, saa angive de reelle Billeder *bagved* Øiets Midtpunkt omvendt *hvorhen de styrede, da de kom til Øiet.*

Fra det *optiske* Standpunkt finder en bestemt Modsætning Sted mellem alle de reelle Billeder paa den ene Side, alle virtuelle paa den anden; de reelle dioptriske Billeder ere, som Navnet udtrykker, de virkelige, deres Afstand fra Lindsen betegnes ved et $+$, de virtuelles altsaa ved et $\div$ ($-d$, hvorved dets Værdi, fra $\frac{af}{a-f}$ bliver til $\frac{af}{f-a}$). Men fra det *physiologiske* Standpunkt finder Modsætningen derimod Sted mellem de virtuelle og de foran Øiets Midtpunkt dannede reelle Billeder paa den ene Side, de reelle Billeder bagved Øiets Midtpunkt paa den anden. Hine — de reelle foran Øiets Midtpunkt ikke mindre end de virtuelle — ere fra dette Standpunkt at kalde *virkelige* forsaavidt, at de ligefrem kunne benyttes til Beregningen af selve Gjenstandens synlige Afstand, Størrelse og Stilling, disse derimod (de reelle bagved Øiets Midtpunkt) saa at sige virtuelle, forsaavidt som de ikkun kunne benyttes til Beregningen af selve Gjenstandens synlige Afstand, Størrelse og Stilling ved *enten* i den schematiske Figur *at flyttes over paa den modsatte Side af Øiets Midtpunkt, eller* i Beregningen at *opföres som negative Störrelser.* Gjøres Beregningen efter en schematisk Figur, hvori Omflytningen af det reelle Billede bag Øiets Midtpunkt allerede er skeet, saa maa det i denne Stilling selvfølgeligen beregnes positiv, om ikke hele Modsætningen skal falde ud af Beregningen.

Her, maaskee mere end ved nogen anden Leilighed, seer man Nødvendigheden af, ved Beregningerne af Lysbrydningens Indflydelse paa Gjenstandenes *synlige* Forhold at holde *Øiets Afstand* strengt i Sigte. Af Lysbrydningens almeengjeldende Love veed man, at de Lyskegler, der træde ud igjennem en Samlelindse fra Gjenstande udenfor dens Brændvidde, i alle Tilfælde træde ud derfra med convergerende Straaler, der i tilbørlig Afstand ville kunne danne et reelt dioptrisk Billede. Men hvorvidt dette Billede skal *komme Synet tilgode,* er ganske afhængigt af, hvorvidt det virkelig har kunnet være dannet, da Lyset kom til Øiet, eller ei, altsaa om $d < m$ eller $d > m$. I første Tilfælde har det for Synet samme positive Betydning som de virtuelle dioptriske Billeder og som Speilbilleder, i sidste derimod kun en reent negativ.

Ved denne Fremgangsmaade have vi da ogsaa allerede seet, at Beregningens Udfald svarer til de umiddelbare Iagttagelsers.

Endnu staaer tilbage at vise, hvorfor det saaledes omflyttede reelle Billede maatte begrendses netop ved en Linie fra Billedets Grendsepunkt h^0 gjennem Øiets Midtpunkt. Saaledes maatte det begrendses, forsaavidt Figuren skulde tjene til Beregning af den Gjenstands synlige Størrelse, hvortil hiint reelle dioptriske Billede svarer. Havde vi begrendset det ved en Linie fra samme Yderpunkt i Billedet gjennem *Lindsens* Midtpunkt, saa vilde vi være komne til samme Resultat, som i hiint Tankeforsøg (Pag. 308), hvorved Øiets Midtpunkt antoges henflyttet i Lindsens Midtpunkt. *Den synlige Forstörrelse vilde ogsaa her være falden bort ved Beregningen.* Thi fra Lindsens Midtpunkt er ikke blot det virtuelle, men ogsaa det reelle Billede i *Gradmaal* — det Maal, hvormed al synlig Størrelse skal maales — altid ligestort med selve Gjenstanden. Ligesom i Figur 3 Billedet og Gjenstanden ere Tangenter til een og samme Vinkel fra Lindsens Midtpunkt, saaledes ere de i Figur 4 Tangenter til to ligestore Topvinkler. Men naar vi, for at beregne Gjenstandens Forstørrelse gjennem Lindsen, under Dannelsen af et virtuelt Billede have meent at maatte bestemme Billedets Synsvinkel ved en Linie fra dets Grendsepunkt til Øiets Midtpunkt ($h^0 C$ i Fig. 3), saa have vi nødvendigviis ogsaa, for at beregne Gjenstandens Forstørrelse gjennem Lindsen, under Dannelsen af det reelle Billede bag Øiets Midtpunkt, og paa lignende Maade beregne det gjennem Billedet, maattet bestemme dettes Synsvinkel ved en Linie fra dets Grendsepunkt til Øiets Midtpunkt ($h'^0 C$ i Fig. 4). — Man kan — om man vil — gjerne holde fast paa den Tanke, at det altid, og saaledes ogsaa her, er Billedet, man seer istedetfor Gjenstanden. Thi vel er det her aabenbart kun en ganske uegentlig Udtryksmaade, eftersom det bag Øiet staaende Billede dog i intet Tilfælde kan blive synligt; men det Samme gjelder naturligviis om de virtuelle Billeder, eftersom de i Virkeligheden slet ikke bestaae som noget Synligt, og det Samme gjelder efter vor fulde Overbeviisning i Reglen ogsaa om de reelle Billeder foran Øiets Mindtpunkt, ligesom det gjelder om alle Speilbilleder, og dog bliver i alle Tilfælde Beregningen af Gjenstandenes synlige Størrelse fuldkommen rigtig, naar man gjør den efter Billederne. Vinklen $h'^0 C g'^0$ (Fi g.4) vilde da blive den Synsvinkel, under hvilken Gjenstanden $g'h'$ i dette Tilfælde maa vise sig. Men denne Vinkel er ligestor med Vinklen $g'Ci'$; vi kunne altsaa i Beregningen i hvert Fald sætte disse to Vinkler i hinandens Sed. Og da vi nu beregne Synsvinklen efter den af dens Tangenter, som staaer paa lige Høide med Gjenstanden, saa maatte det her være $\frac{g'i'}{g'h'}$, der blev Udtrykket for Forstørrelsen, ligesom det i Fig. 3 var $\frac{gi}{gh}$. Derved maatte Formlen for Forstørrelsen her, under Dannelsen af det reelle Billede bag Øiets Midtpunkt, blive den selvsamme, som under Dannelsen af det virtuelle Billede: $\frac{x(a+m)}{m(x-a)}$ eller $\frac{f(a+m)}{f(a+m)-am}$.

Paa Höide med Xpunktet, altsaa naar Gjenstandens Afstand fra Lindsen $(a) = \frac{mf}{m-f}$, *bliver Forstörrelsen, men samtidig ogsaa Utydeligheden uendelig.* Dette kan ikke bevises ved umiddelbare Forsøg, eftersom Gjenstanden ogsaa noget længere fortil og noget længere bagtil er aldeles ukjendelig; men at Forstørrelsen her bliver uendelig, fremgaaer saavel af den schematiske Figur som af Formlen. Figuren viser, at Gjenstanden, for i denne Afstand at sees under hvilkensomhelst Synsvinkel, kun behøver en virkelig Størrelse lig et Punkt $= 0$, og Formlen viser, at naar $x = a$, bliver i Brøken $\frac{x(a+m)}{m(x-a)}$ Nævneren $= 0$. Men at samtidig ogsaa *Utydeligheden maa blive uendelig stor,* maa fremgaae af Følgende.

Synets større eller mindre Utydelighed er overhovedet en Følge af, at flere eller færre af hver Lyskegles Straaler komme til Nethinden i en større eller mindre Kreds udenom Axestraalen. Den størst mulige Utydelighed opstaaer altsaa, naar samtlige Lyskeglers Straaler komme i den Grad spredte til Nethinden, at de udbrede sig i hele dens Omfang, uden at nogen eneste iblandt dem træffer sammen med nogen anden. Og det er netop dette, der maa skee, naar den synlige Gjenstand staaer i selve Xpunktet. Thi ligesom X er Samlingspunktet for den Lyskegle, der tænkes udgaaet fra Øiets Midtpunkt, saaledes, have vi allerede hørt, maa Øiets Midtpunkt blive Samlingspunktet for den Lyskegle, der er udgaaet fra X; og naar en Lyskegle ved sin Indtrædelse i Øiet faaer dettes Midtpunkt til Samlingspunkt for alle sine Straaler, saa maa disse derfra straale ud i alle Retninger, uden at to og to kunne komme til at træffe sammen paa Nethinden. Hvis man endnu vil kalde en Lysindvirkning paa Nethinden af denne Art et »Nethindebillede«, en Lysfornemmelse af denne Art et »Syn«, saa er det vist, at i et saadant Billede og et saadant Syn Utydeligheden kan siges at være bleven uendelig stor.

Da det ovenfor (Pag. 303) blev udtalt, at Gjenstandene i Henseende til Størrelse og Stilling ofte slet ikke vise sig saaledes gjennem Lindsen, som deres samtidig dannede dioptriske Billede maatte vise sig, blev der blandt saadanne Tilfælde navnlig anført de, der indtræffe naar Gjenstanden staaer nærmest udenfor Brændvidden. Disse Tilfælde kunne nu bestemmes noget nøiere.

Naar en Gienstand lidt efter lidt rykker tilbage udover Brændpunktet, medens Øiet holdes i een og samme Stilling i nogen Frastand fra Lindsen, navnlig ogsaa udenfor dens Brændvidde, sees den først i stærkt stigende Forstørrelse, opretstaaende, men lidt efter lidt opløsende sig som i en Taage. Dette skeer, vide vi nu, medens den rykker tilbage fra Brændpunktet til Afstanden $\frac{mf}{m-f}$, altsaa under den Række Stillinger, i hvilke der af den vilde have kunnet danne sig en Række reelle Billeder, der fra en uendelig Afstand lidt efter lidt rykkede nærmere indtil Afstanden m fra Lindsen og stedse bleve mindre i samme Forhold, — en Billeddannelse, der dog nu i hvert Fald vilde blive gjort umulig ved Øiets Mellemkomst. Først længe efter sees den igjen træde frem i stedse kjendeligere Omrids, men fra nu af altid omdreiet og formindsket. Denne Forandring indtræder, efter hvad vi ovenfor have seet, fra det Øieblik, at Gjenstanden under sin gradvise Tilbagerykning ikke alene er kommen ud over Afstanden $\frac{mf}{m-f}$ fra Lindsen, men saa langt ud derover, at dens dioptriske Billede faaer sin Plads, ikke alene foran Øiets Midtpunkt, men ogsaa foran Hornhinden.

Da nu et reelt dioptrisk Billede aldrig kan komme nærmere til Lindsen end f, saa følger heraf, at man for at faae en Gjenstand at see omdreiet og formindsket gjennem en Samlelindse, altid maa have, ikke blot Øiets Midtpunkt, men ogsaa dets Hornhinde udenfor dens Brændvidde.

Gjenstandenes synlige Forhold under *deres Stilling udenfor Xpunktet* er i det Foregaaende allerede blevne omtalte saa udførligt baade i Henseende til Størrelsen og til Tydeligheden, at vi her ved deres særlige Betragtning kunne fatte os meget kort.

Forstørrelsesformlen $\frac{x(a+m)}{m(x-a)}$ eller $\frac{f(a+m)}{f(a+m)-am}$ blev uforandret ved det dioptriske Billedes Omdreining, saalænge endnu Gjenstanden selv viste sig opretstaaende. Spørgsmaalet er nu, om den fremdeles vil blive uforandret, medens Gjenstanden kommer til selv at vise sig omdreiet.

For at beregne Formlen særligt under denne Stilling af Gjenstanden, ville vi holde os til Hovedfiguren (Fig. 2). Af de to Par ligedannede Triangler, hvoraf den er bleven beregnet, har det ene, nemlig det, hvoraf Ligningen blev opsat for G, beholdt samme Plads. $g''i''$ eller G, d. v. s. Tangenten for Synsvinklen af det reelle dioptriske Billede med Radius lig Gjenstandens Afstand fra Øiet, forholder sig ogsaa her til LN som $a+m:m$. Det andet Par ligedannede Triangler derimod, nemlig det, hvoraf Ligningen blev opsat for g, er blevet stillet paa de to modsatte Sider af X. Derved opstaaer den væsentlige Forskjel, at Ligningen $LN:gh=x:x-a$ bliver til $LN:g''h''=x:a-x$. Men samtidig er gh som $g''h''$ bleven stillet paa den modsatte Side af Hovedaxen, d. v. s. den modsatte Halvdeel af Gjenstanden bleven beregnet. Dette maa i Beregningen udtrykkes ved en Negation. $g''h''$ er ikke et g, men et $-g$, og den hele Beregning kommer derved til at lyde:

$$G\,(g''\,i''):LN = a+m\,(g''\,L+LC):m\,(LC)$$
$$LN:-g\,(g''\,h'') = x:a\,(g''\,L)-x.$$

Altsaa er $G:-g = x\,(a+m):m\,(a-x)$; men ved at forandre Tegnene i det sidste Led paa begge Sider faae vi da igjen vor gamle Formel:

$$G:g = x\,(a+m):m\,(x-a) = \frac{f(a+m)}{f(a+m)-am}.$$

Det turde dog være Umagen værdt, at prøve Rigtigheden af dette Resultat ved Udmaaling paa en Figur, der er construeret efter Lysbrydningens Love og dernæst ved at beregne Forstørrelsen efter Perspectivlovene.

Ved Figurens (Fig. 2) Construction er f ansat til $7\frac{1}{2}^{mm}$, a til 35 og m til 15^{mm}. Efter Formlen $\frac{f(a+m)}{f(a+m)-m}$ bliver altsaa Forstørrelsen i dette Tilfælde $\frac{7\frac{1}{2}\,.\,50}{7\frac{1}{2}\,.\,50-525} = \frac{375}{-150} = -2\frac{1}{2}$, d. v. s. Gjenstanden vil sees $2\frac{1}{2}$ Gange forstørret, men derhos dreiet om. Paa Figuren vil man ved Udmaaling temmelig nøiagtig finde dette Forhold $2\frac{1}{2}$ mellem $g''\,i''$ og $g''\,h''$ (nemlig omtrent 33 : 13), og den omdreiede Stilling er tydelig nok udtrykt i samme Figur ved den brudte Skraastraales Krydsning af Synsaxens Forlængelse.

Men vi have endnu villet føre Beviset for vor Formels Anvendelighed under den forstørrede Gjenstands Stilling udover Xpunktet efter en Figur, der var construeret ved ene og alene at tage Hensyn til de almindelig bekjendte Love for Lysbrydningen.

I Figur 5 forestiller $g''\,h''$ det ideale Gjennemsnit af en Gjenstand, der er stillet i en Afstand af 35^{mm} fra en Samlelindse pLN, hvis Brændvidde er $7\frac{1}{2}^{mm}$. Man gjenkjender strax de 3 Straaler i Lyskeglen fra Gjenstandens Grendsepunkt h'': 1) Midtpunktstraalen $h''Lh''^{0}$, 2) Brændpunktstraalen $h''pFh''^{0}$ og 3) den (fra det dioptriske Standpunkt) vilkaarlig valgte Straale $h''XN$, der efter Brydningen i N nødvendigviis vil krydses med de to andre i h''^{0} under Dannelsen af det tilsvarende Grendsepunkt af det reelle dioptriske Billede $h''^{0} g''^{0}$, og derefter træffe Hovedaxen i C. Billedets Afstand fra Lindsen bliver, ifølge $\frac{af}{a-f} = \frac{35 \,.\, 7\frac{1}{2}^{\text{mm}}}{35-7\frac{1}{2}} = \frac{262\frac{1}{2}}{27\frac{1}{2}} = 9\frac{6}{11}^{\text{mm}}$. Dets absolute Størrelse forholder sig til Gjenstandens $(g''h'') = d : a$, altsaa $= 9\frac{6}{11} : 35$, nemlig som begges Afstand fra Lindsens Midtpunkt. Tænkes Øiets Midtpunkt hensat i dette Punkt, saa maa Billedets synlige Størrelse blive lig Gjenstandens, Forstørrelsen efter hvilkensomhelst Formel være $= 1$. Men tænkes Øiets Midtpunkt i C, 15^{mm} fra Lindsens Midtpunkt, saa kan Forstørrelsen ogsaa her beregnes efter den perspectiviske Lov paa følgende Maade.

Beregningen af Gjenstandens synlige Forstørrelse i sit dioptriske Billede kan, naar dette er et reelt, men derhos stillet foran Øiets Midtpunkt, naturligviis ikke mindre sikkert udføres efter Perspectivet end naar det er et virtuelt, og ovenfor blev viist (Pag. 307-8), at Beregningen i dette Tilfælde gav samme Resultat ad denne Vei som vi senere have faaet ved at følge Xlinien.

Gjenstandens Afstand fra Lindsens Midtpunkt (Fig. 5 $g''L$) have vi kaldt a; Afstanden mellem Lindsens og Øiets Midtpunkt m; Afstanden mellem Gjenstanden og Øiets Midtpunkt er altsaa $a + m$. Det reelle dioptriske Billede staaer mellem Lindsen og Øiet, i en Afstand fra Lindsen $= \frac{af}{a-f}$, altsaa i en Afstand fra Øiets Midtpunkt $= m - \frac{af}{a-f}$. Fra Øiets Midtpunkt er følgelig Afstandsforholdet mellem Billedet og Gjenstanden $= m - \frac{af}{a-f} :$ $a + m$. Men nu er Forholdet mellem Gjenstandens og dens reelle dioptriske Billedes Liniemaal ganske det samme som det mellem deres Afstand fra Lindsen. Kalde vi Gjenstandens Liniemaal $(g''h'')$ A, Billedets $(g''^{0} h''^{0})$ B, saa forholder sig altsaa ogsaa $B : A = \frac{af}{a-f} : a$. For altsaa under Øiemidtpunktets Stilling i Afstanden m fra Lindsen at finde Forholdet mellem den *synlige* Størrelse af Gjenstanden og den af dens reelle dioptriske Billede, have vi kun at dividere hvers Liniemaal med dens Afstand fra Øiet, og, for at finde Gjenstandens *synlige Forstörrelse* i sit dioptriske Billede, kun at dividere Billedets synlige Størrelse med Gjenstandens.

Den forholdsvise synlige Størrelse af Billedet bliver da

$$\frac{\frac{af}{a-f}}{m-\frac{af}{a-f}} = \frac{af}{m(a-f)-af},$$ den af Gjenstanden $\frac{a}{a+m}$, og dividere vi hiin Værdi med denne, saa faae vi Værdien af Forstørrelsen $= \frac{af(a+m)}{am(a-f)-aaf} = \frac{f(a+m)}{m(a-f)-af} = \frac{f(a+m)}{am-f(a+m)}$ $= -\frac{f(a+m)}{f(a+m)-am}$, med andre Ord: Gjenstanden sees i sit reelle dioptriske Billede forstørret $\frac{f(a+m)}{f(a+m)-am}$, men derhos omdreiet, altsaa netop samme Resultat som det, hvortil vi ere førte gjennem *X*linien.

Man vil erindre, at de fire sidstbeskrevne Figurer (1ste Tavle Figur 3, 4, 5, 6) i Grunden ere Brudstykker af Fig. 2. Vor hele Forklaring af alle disse Figurer kan betragtes som en Forklaring af denne Figur 2, og der er neppe noget Resultat, hvortil vi ere komne under Forklaringen, der jo skulde have kunnet udledes af den alene, om end noget mindre beqvemt. Af og til have vi derfor ogsaa kaldt denne Figur 2 vor *Hovedfigur.* Ved at tegne den var det vor Hensigt at finde en schematisk Figur, der for Gjenstandenes synlige Størrelse gjennem en Samlelindse svarede til den bekjendte schematiske Figur for Gjenstandenes synlige Størrelse under Synet med blotte Øine, bestaaende af et skizzeret Øie med Synsaxen og desforuden kun endnu en eneste skraa »Retningslinie«, den og Synsaxen begge forlængede gjennem Hornhinden ud i Rummet, altsaa at finde en schematisk Figur, hvoraf *Perspectivet for det med en Samlelindse bevæbnede Øie* fremgik ikke mindre bestemt, end Perspectivet for det ubevæbnede Øie fremgaaer af hiin.

Den derefter beregnede Formel for den synlige Forstørrelse $\frac{x(a+m)}{m(x-a)}$ eller $\frac{f(a+m)}{f(a+m)-am}$ har nu viist sig at holde Stik i alle Tilfælde af Gjenstandens forskjellige Stillinger.

Den bekjendte schematiske Figur for Perspectivet ved Synet med ubevæbnede Øine kan tillige siges at vise den synlige *Tydelighed,* forsaavidt denne, under Synsviddens store Forskjellighed, overhovedet lader sig bringe under en almindelig gjeldende Formel, nemlig idet den i Gjenstandens virkelige Afstand tillige viser dens synlige Afstand eller Lyskeglernes Længde. Men det lykkedes ogsaa i den schematiske Figur for Perspectivet gjennem Samlelindsen, ved Anvendelsen af de bekjendte Love for Dannelsen af de dioptriske Billeder, at vise den synlige Afstand under hver Forandring af Gjenstandens virkelige Afstand, og det ved Anbringelsen af kun een Linie for hver forskjellig Afstand især.

Man turde maaskee ville indvende, at under Bibeholdelsen af een og samme Synsvinkel indbefatter den schematiske Figur kun alle de Gjenstande, hvis lineære Gjennemsnit netop optager Mellemrummet mellem Xlinien og den forlængede Synsaxe, saa at den i alt Fald ikke er praktisk anvendelig for umiddelbar Udmaaling i hvert andet givet Tilfælde af Gjenstandens lineære Størrelse. Men denne Indvending vilde ikke have stor Betydning. Den træffer hiin schematiske Figur for Perspectivet ved Synet med ubevæbnede Øine ligesaafuldt, som den træffer vor schematiske Hovedfigur for Perspectivet gjennem det bevæbnede Øie; men er det let at faae hiin Figur afpasset til umiddelbar Opmaaling af de ydre Gjenstandes Perspectivforhold under hver givne Forhold af deres virkelige Størrelse og Afstand, saa er det omtrent lige let, at faae vor Hovedfigur afpasset til umiddelbar Opmaaling af en ydre Gjenstands Forstørrelse i den givne Afstand fra Lindsen og dennes Brændvidde, hvor stor eller lille dens lineære Størrelse end monne være. Man behøver kun, istedetfor den i Figuren anbragte Xlinie, at *trække en ny* *fra Xpunktet gjennem dens Grendsepunkt til Lindsen og fra Skæringspunktet med Lindsen at trække den tilsvarende Skraastraale til Øiets Midtpunkt.* Det vil da i alle Tilfælde være denne, der bestemmer den ved Lysbrydningen forstørrede Synsvinkel.

Først og fremmest er det altsaa altid nødvendigt, at have Xpunktet bestemt. Om det ligger noget nærmere eller noget fjernere fra Lindsens Midtpunkt, har ingensomhelst væsentlig Indflydelse paa Stillingsforholdet af Linierne i Figur 2 eller i de to ligedannede Trianglers gjensidige Forhold, hvoraf Forstørrelsesformlen udlededes. Da Xpunktets Afstand fra Lindsens Midtpunkt, x, er $\frac{mf}{m-f}$, saa kommer det naturligviis til at ligge des fjernere, jo mere f nærmer sig til samme Størrelse som m.

Sæt, at f bliver $= m$, altsaa at Øiets Midtpunkt staaer lige i Brændpunktet, saa bliver $x = \infty$, Xlinien parallel med Hovedaxen, $\frac{G}{g} = \frac{x(a+m)}{m(x-a)} = \frac{a+m}{m - \frac{ma}{x}} = \frac{a+m}{m - \frac{ma}{\infty}} = \frac{a+m}{m}$, eller (da m her er $= f$) $= \frac{a+f}{f}$.

At den synlige Forstørrelse, naar m er $= f$, maa blive $\frac{a+f}{f} = 1 + \frac{a}{f}$, vil man iøvrigt ogsaa allerede have kunnet slutte deraf, at den, naar a er $= f$, bliver $\frac{m+f}{f}$ eller $1 + \frac{m}{f}$ (see Pag. 333). Det vil nemlig neppe have undgaaet Nogens Opmærksomhed, at i Formlen $\frac{f(a+m)}{f(a+m) - am}$ de to Størrelser a og m staae i et symmetrisk Forhold til hinanden, d. v. s. kunne bytte Plads med hinanden uden al Indflydelse paa Formlens Værdi, et Forhold, om hvilket vi ikke kunne undlade her endnu at bemærke, at det ikke blot beviser den uundgaaelige Nødvendighed af at tage Øiets Afstand med i Betragtning ved al Beregning af Gjenstandenes synlige Størrelse, men endog beviser, at den er netop lige saa væsentlig derved som Gjenstandens Afstand.

Sætte vi nu endelig f *större* end m, et Tilfælde, der aldrig kan indtræde, saalænge Lindsens Brændvidde er mindre end Afstanden mellem Øiets Midtpunkt og Hornhinden, altsaa kjendelig under $\frac{1}{2}''$ eller idetmindste 10—12^{mm}, men ved en større Brændvidde endog vil indtræde overmaade hyppigt, ja ved Brugen af de almindelige Brændglas og Brilleglas for Langsynede endog altid er det Gjeldende, — saa bliver x negativ, og *Xpunktet ligger da hiinsides Lindsen,* nemlig paa samme Side som Øiets Midtpunkt, er altsaa ogsaa selv at betegne som negativ. For i dette Tilfælde at trække en Linie fra Xpunktet til Gjenstandens Grendsepunkt, maatte man trække den gjennem Lindsen. Derefter kan man unegtelig ligefuldt trække Skraalinien fra dette Skæringspunkt til Øiets Midtpunkt, men Spørgsmaalet bliver da endnu tilbage at besvare, om ogsaa den derved dannede Vinkel kan bevises at være den Synsvinkel, hvorunder Gjenstanden vil sees gjennem Glasset.

Under Besvarelsen af dette Spørgsmaal vil det være hensigtsmæssigt, at faae en særlig schematisk Figur at holde os til, thi det er klart, at vi her, saavelsom til Oplysning af alle Tilfælde overhovedet, hvori Øiets Midtpunkt ligger indenfor Brændvidden, ikke kunne benytte vor Hovedfigur paa den første Tavle. Vi ville derfor sætte en ny Hovedfigur op for disse Tilfælde.

Den 7de Figur (2den Tavle) altsaa tjener til at vise den Indflydelse, Lysbrydningen har paa Gjenstandenes synlige Størrelse, *naar Øiets Midtpunkt er stillet indenfor Lindsens Brændvidde.* Den er tegnet efter samme Plan som Figur 2; Øiets Midtpunkt, C, er sat i samme Afstand, 15^{mm}, fra Lindsens Midtpunkt, L; men istedetfor at hist denne Afstand, m, var beregnet dobbelt saa stor som Brændvidden, er her tvertimod Brændvidden beregnet dobbelt saa stor som denne, altsaa $m = 15, f = 30$.

Naar vi nu ogsaa her ville finde, hvad Retning hiin Skraastraale CN vilde tage, om den tænkes at tilhøre et fra C udgaaet Lysknippe, efterat dette er gaaet igjennem Lindsen LN, saa vide vi, at den her ikke kan bestemmes efter et reelt, men *maa bestemmes efter et virtuelt Billede* paa samme Side af Lindsen, hvor Lysknippet tænktes at have sit Udgangspunkt, altsaa hvor Øiets Midtpunkt er beliggende. Formlen for vort x bliver her altsaa ikke $\frac{mf}{m-f}$ men $\frac{mf}{f-m}$; x selv bliver et $-x$. Da m er ansat til 15, f til 30mm, saa bliver dette $x = \frac{15.\,30}{30-15}$ $= 30$mm og kommer til at falde sammen med Brændpunktet paa Øiets Side af Lindsen, hvilket vi under Beregningen efter Xlinien naturligviis ikke maa glemme er en reen tilfældig Omstændighed.

For altsaa at finde vor Xlinie under denne Stilling af Øiets Midtpunkt, maae vi først trække en Linie fra Sammenstødspunktet mellem Skraastraalen CN og Lindsen, nemlig fra N til dette negative Xpunkt, men derpaa forlænge denne Linie over paa den modsatte Side af Lindsen. Denne dens Forlængelse betegner den brudte Skraastraales Retning, *det er den, der er vor egentlige eller positive Xlinie*, hvorimod NX her kun er en negativ.

Forholder nu dette sig rigtigt; vil en fra Øiets Midtpunkt C udgaaet Straale, efterat være gaaet gjennem Lindsen i N, ved at træde ud derfra, fortsætte sit Løb i Linien Nu, saa maa vi ogsaa, i Lighed med hvad vi sluttede ovenfor (Pag. 324) om vor Xlinie, her kunne slutte, at alle Lyskegler, som fra de i denne Nu liggende Punkter gaae til Øiet, maae faae deres Axe liggende i Linien NC, altsaa alle disse ydre Punkter — saasom h, h', r, u — blive gjengivne paa et og samme Sted af Nethinden; alle ydre Gjenstande, der optage Rummet mellem Hovedaxen og et af disse Punkter — saasom gh, $g'h'$, Fr, tu — sees under een og samme Synsvinkel, altsaa sees lige store, navnlig alle sees under Synsvinklen LCN, altsaa sees netop saa store gjennem Lindsen, som de uden Lindsens Mellemkomst vilde været sete ved at opfylde Rummet mellem Hovedaxen og den forlængede Skraastraale. gh vil sees som gi, $g'h'$ som $g'i'$, Fr som Fs, tu som tv. Med andre Ord: denne Figur maa med samme Sikkerhed paa en ganske lignende Maade kunne anvendes til Beregningen af den synlige Forstørrelse gjennem en Samlelindse, naar Øiets Midtpunkt staaer *indenfor* dens Brændvidde, som vor Figur 2 viste sig at kunne anvendes dertil, naar Øiets Midtpunkt staaer udenfor samme.

Men vi maae da ogsaa paa denne samme Hovedfigur for den synlige Forstørrelse under Øiets Stilling indenfor Brændvidden, ligesom for den under dets Stilling udenfor samme, kunne angive *Lysbrydningens* samtidige *Indflydelse paa Gjenstandenes synlige Tydelighed*, eller med andre Ord dens *Indflydelse paa Kegleaxernes Længde*, nemlig ved Linier fra Lindsens Midtpunkt til Gjenstandenes Grendsepunkter, forlængede indtil de støde sammen med den forlængede Skraastraale. Gjenstanden gh maa sees fjernet fra Cg til Høide med h^0, $g'h'$ til Høide med h'^0, Fr til det Uendelige; Axelængden af Gjenstanden tu derimod maa fra Ct blive til $\div$ Ct^0.

For imidlertid ogsaa at komme til Vished om denne schematiske Figurs Paalidelighed, ville vi her, ligesom ved Figur 2, udrive idetmindste eet Tilfælde af Gjenstandens forskjellige Stillinger af Hovedfiguren og gjøre Beregningen af dens synlige Forstørrelse efter de af Optikerne sædvanlig anvendte schematiske Linier.

I Figur 8 forestiller LNN' den nederste Halvdeel af en Samlelindse med Brændvidde, LF eller f, $= 30^{mm}$, $g'h'$ Gjennemsnittet af en Gjenstands nederste Halvdeel, hvis Afstand fra Lindsens Midtpunkt, $g'L$ eller a, $= 20^{mm}$. Fra dens nederste Grendsepunkt h' udgaaer 1) Midtpunktstraalen $h'L$, 2) Brændpunktstraalen $h'N'F$, der her tilfældigviis falder sammen med vor negative Xlinie. Ved at forlænges i modsat Retning, støde disse to Linier sammen i det tilsvarende Grendsepunkt for det virtuelle Billede h'^0, hvorpaa det da staaer os frit for, endnu fra samme Grendsepunkt af Billedet at trække flere Linier gjennem Lindsen op mod Hovedaxen, der hiinsides Lindsen faae Betydning af virkelige Straaler, udgaaede fra samme Grendsepunkt af

Gjenstanden. Herved faae vi da 3) endnu en Straale $h'NC$. — Ved at trække Lodlinien fra h'^0 til Hovedaxen faae vi hele det virtuelle Billedes nederste Halvdeel tegnet som $h'^0g'^0$. Det ligger i en Afstand fra Lindsens Midtpunkt $\frac{fa}{f-a} = \frac{30.20}{10} = 60^{mm}$.

Saa vist nu, som en Gjenstand, under Dannelsen af et virtuelt Billede altid sees gjennem en Samlelindse i dettes Omfang, Stilling og Afstand, saa vist fremgaaer det af denne, ganske efter de almindelig antagne Grundlove for Lysbrydningen og de virtuelle Billeders Dannelse opførte Figur, at Gjenstanden $g'h'$ fra Punktet L vilde sees under Synsvinklen $g'Lh'$, altsaa uforandret i Størrelse, — fra Punktet C derimod maa sees under Synsvinklen $g'Ci'$ istedetfor under en Synsvinkel $g'Ch'$, altsaa, naar Tangenterne med samme Radius $g'C$ sættes i Vinklernes Sted, i Forstørrelsen $\frac{g'i'}{g'h'}$.

Beregne vi altsaa endnu denne Brøks Værdi efter samme Figur, saa have vi i de to ligedannede Triangler $g'i'C$ og LNC

$$G\,(g'i') : LN = a + m\,(g'C) : m\,(LC)$$

$$\text{og } LN : g\,(g'h') = f\,(LF) : a + f\,(g'L + LF).$$

$$\text{Altsaa bliver } G : g = f\,(a + m) : m\,(a + f).$$

Denne Formel, $\frac{f(a+m)}{m(a+f)}$, seer ved første Øiekast unegtelig heelt forskjellig ud fra vor sædvanlige Formel; men man finder strax, at denne Forskjel kun beroer paa den tilfældige Omstændighed, at f (LF) her er $= x$ i vor 7de Figur, hvor da Formlen ved den selvsamme Beregning vil blive $\frac{x(a+m)}{m(a+x)}$. Og da nu fremdeles x her ikke har Betydning af $\frac{mf}{m-f}$, men af $\frac{fm}{f-m}$, saa bliver Formlen, ved at indsætte denne Værdi af x, til

$$\frac{fm}{f-m}\,(a + m) : am + \frac{mfm}{f-m} = \frac{f(a+m)}{af - am + fm} = \frac{f(a+m)}{f(a+m) - am},$$

altsaa vor gamle Formel aldeles uforandret.

I det valgte Exempel stod Gjenstanden indenfor Lindsens Brændvidde, Billedet, g^0h^0, var et virtuelt. Vi ville dog ogsaa endnu beregne Formlen i et Tilfælde, hvori Gjenstanden staaer udenfor Brændvidden, f. Ex. *tu* (Fig. 7), og Billedet, t^0u^0, er et reelt.

Gjenstanden, *tu*, staaer 70mm fra Lindsens Midtpunkt, altsaa $a = 70$, og, da $f = 30$, bliver d (Afstanden af det reelle dioptriske Billede, t^0u^0, fra Lindsen) $= \frac{af}{a-f} = \frac{70.30}{40} = 52\frac{1}{2}^{\text{mm}}$, saaledes, som ydermere er oplyst paa Hovedfiguren ved Tilføielsen af Brændpunktstraalen $uN'u^0$ og Forlængelsen af denne saavelsom af Midtpunktstraalen og Perspectivstraalen NCu^0 til deres Sammenstød i u^0.

Da nu Afstanden af Øiets Midtpunkt fra Lindsen, m, er 15mm, saa staaer Billedet endog betydeligt bagved Øiets Midtpunkt, og Forholdene blive lig dem, der under Øiemidtpunktets Stilling udenfor Brændvidden indtræde, naar Gjenstanden staaer mellem Brændpunktet og *X*punktet (Pag. 333 og Pag. 338). Ved at flyttes over paa den modsatte Side af Lindsen paa Høide med Gjenstanden, viser det sig som *tv*. Gjenstandens *lineære* Forstørrelse i sit dioptriske Billede er $= d : a$, eller $\frac{f}{a-f} = \frac{3}{4}$; dens *synlige* Forstørrelse gjennem sit omflyttede reelle Billede er $= tv : tu$, hvilket Forhold beregnes paa følgende Maade.

$$G\ (tv) : LN = a + m\ (tC) : m\ (LC)$$

$$LN : g\ tu = x\ (LX) : x + a\ (tX)$$

altsaa er $\frac{G}{g} = \frac{x\,(a+m)}{m\,(x-a)}$, hvilken Formel vi allerede have seet, saalænge x har Værdien af $\frac{mf}{f-m}$, at være $= \frac{af+mf}{mf+af-am}$ $= \frac{f\,(a+m)}{f\,(a+m)-am}$. Da am ogsaa her er mindre end $f\ (a+m)$, saa faaer Brøken en positiv Værdi, d. v. s. Gjenstanden bliver synlig som opretstaaende, skjøndt dens dioptriske Billede er *omdreiet*. I det valgte Exempel er $f = 30^{\text{mm}}$, $a = 70^{\text{mm}}$, $m = 15^{\text{mm}}$, Gjenstanden sees følgelig forstørret $\frac{30.85}{30.85 - 15.70} =$

$\frac{255}{150} = 1\frac{7}{10}$, men (ifølge *d*'s foregaaende Beregning til $52\frac{1}{2}^{mm}$) saa utydelig, som naar hver Lyskegles Straaler komme til Øiet convergerende mod et $37\frac{1}{2}^{mm}$ bag Øiets Midtpunkt liggende Punkt.

Efter den hele foregaaende udførlige Fremstilling vil der neppe være nogen Tvivl tilbage, at jo vor Formel $\frac{f(a+m)}{f(a+m)-am}$ gjelder for den synlige Forstørrelse, hvori en Gjenstand viser sig gjennem en Samlelindse, hvad gjensidig Afstand der end monne være mellem den, Lindsen og Øiet. Den ovenfor (Pag. 303) stillede Opgave, at faae beregnet den uafbrudt sig ændrende Størrelse saavelsom Tydelighed, hvori en Gjenstand viser sig for os, medens den lidt efter lidt flyttes tilbage fra den Samlelindse, hvorigjennem man betragter den, tør dermed vel siges at være løst.

Til at give en *graphisk* Fremstilling af en saadan Række forskjellige Skikkelser, hvori en Gjenstand viser sig under sin Tilbagerykning, medens Lindsen og Øiet blive urokkede, kunne vore Figurer 2 og 7 siges at være ret tjenlige, skjøndt unegtelig kun middelbart, eftersom det i dem ikke er een og samme Gjenstand, der fremstilles i de forskjellige Afstande, men tvertimod en Række forskjellige Gjenstande, gh, $g'h'$ o. s. v., hvis Størrelse staaer i et omvendt Forhold til Forstørrelsen eller Formindskelsen. Forstørrelsen eller Formindskelsen er i dem ikke udtrykt i en Række enkelte Linier, men i en Quotient af to Linier, $\frac{G}{g}$. En mere tydeligt iøinefaldende Oversigt vil man faae ved at beregne en Gjenstands synlige Størrelse i en Række forskjellige Afstande fra Lindsen og mønstre den sammenligningsviis i hele Rækkefølgen. Beregningen er yderst let at gjøre efter Formlen. Alligevel turde det maaskee ikke være uvelkomment, at see den udført navnlig for de to (Fig. 2 og 7) valgte Tilfælde af Lindsens Brændvidde og Stilling til Øiet.

I Figur 2 er Brændvidden ansat til $7\frac{1}{2}^{mm}$, Afstanden mellem

Øiets og Lindsens Midtpunkt til $15^{mm} = 2f$. Forstørrelsesformlen bliver da $\frac{f(a+2f)}{f(a+2f)-2af} = \frac{a+2f}{a+2f-2a} = \frac{2f+a}{2f-a} = \frac{15+a}{15-a}$. Gjenstandens Liniemaal, g, ville vi sætte lig det afbildede Stykke af Lindsen (LN), altsaa 10^{mm}. Medens denne Gjenstand lidt efter lidt faaer en større Afstand fra Lindsens Midtpunkt, altsaa a tager til (1ste Række), ændrer sig Forstørrelsen $\left(\frac{G}{g}\right.$, 2den R.$\left.\right)$, den synlige Størrelse (G, 3die R.), det dioptriske Billedes Afstand fra Lindsen ($-d$, 4de R.) og fra Øiets Midtpunkt ($d+m$, 5te R.) paa følgende Maade.

1) a	2) $\frac{G}{g}$	3) G	4) $\frac{fa}{f-a}$	5) $\frac{fa}{f-a}+m$
1^{mm}	$1\frac{1}{7}$	$11\frac{3}{7}^{mm}$	$1\frac{2}{13}^{mm}$	$16\frac{2}{13}^{mm}$
2	$1\frac{4}{13}$	$13\frac{1}{13}$	$2\frac{8}{11}$	$17\frac{8}{11}$
3	$1\frac{1}{2}$	15	5	20
4	$1\frac{8}{11}$	$17\frac{3}{11}$	$8\frac{4}{7}$	$23\frac{4}{7}$
5	2	20	15	30
6	$2\frac{1}{7}$	$22\frac{3}{7}$	30	45
7	$2\frac{3}{4}$	$27\frac{1}{2}$	105	120
$7\frac{1}{2}$	3	30	∞	∞
8	$3\frac{2}{7}$	$32\frac{6}{7}$	-120	-105
9	4	40	-45	-30
10	5	50	-30	-15
11	$6\frac{1}{2}$	65	$-23\frac{4}{7}$	$-8\frac{4}{7}$
12	9	90	-20	-5
13	14	140	$-17\frac{8}{11}$	$-2\frac{8}{11}$
14	29	290	$-16\frac{2}{13}$	$-1\frac{2}{13}$
15	∞	∞	-15	0
16	-31	-310	$-14\frac{2}{17}$	$\frac{5}{17}$
17	-16	-160	$-13\frac{5}{7}$	$1\frac{2}{7}$
18	-11	-110	$-12\frac{6}{7}$	$2\frac{1}{7}$
19	$-8\frac{1}{2}$	-85	$-12\frac{9}{23}$	$2\frac{14}{23}$
20	-7	-70	-12	3
25	-4	-40	$-10\frac{5}{7}$	$4\frac{2}{7}$

1) a	2) $\frac{G}{g}$	3) G	4) $\frac{fa}{f-a}$	5) $\frac{fa}{f-a}+m$
30^{mm}	-3^{mm}	-30	-10^{mm}	5^{mm}
35	$-2\frac{1}{2}$	-25	$-9\frac{6}{11}$	$5\frac{5}{11}$
40	$-2\frac{1}{5}$	-22	$-9\frac{3}{13}$	$5\frac{10}{13}$
45	-2	-20	-9	6
50	$-1\frac{6}{7}$	$-18\frac{2}{7}$	$-8\frac{14}{17}$	$6\frac{3}{17}$
55	$-1\frac{3}{4}$	$-17\frac{1}{2}$	$-8\frac{13}{19}$	$6\frac{6}{19}$
60	$-1\frac{2}{3}$	$-16\frac{2}{3}$	$-8\frac{4}{7}$	$6\frac{3}{7}$
65	$-1\frac{3}{5}$	-16	$-8\frac{11}{23}$	$6\frac{12}{23}$
70	$-1\frac{6}{11}$	$-15\frac{5}{11}$	$-8\frac{2}{5}$	$6\frac{3}{5}$
75	$-1\frac{1}{2}$	-15	$-8\frac{1}{3}$	$6\frac{2}{3}$
80	$-1\frac{6}{13}$	$-14\frac{8}{13}$	$-8\frac{8}{29}$	$6\frac{21}{29}$
85	$-1\frac{3}{7}$	$-14\frac{2}{7}$	$-8\frac{7}{31}$	$6\frac{24}{31}$
90	$-1\frac{2}{5}$	-14	$-8\frac{2}{11}$	$6\frac{9}{11}$
95	$-1\frac{3}{8}$	$-13\frac{3}{4}$	$-8\frac{1}{7}$	$6\frac{6}{7}$
100	$-1\frac{6}{17}$	$-13\frac{9}{17}$	$-8\frac{4}{37}$	$6\frac{33}{37}$
∞	-1 *)	-10	$-7\frac{1}{2}$	$7\frac{1}{2}$

Gjenstandens fuldstændige Tydelighed er i dette Tilfælde indskrænket til dens Afstand fra Lindsen mellem 7 og $7\frac{1}{2}^{mm}$; kjendelig vil den desuden kun endnu være i Afstanden 1—7 og $7\frac{1}{2}$—10^{mm}.

I Fig. 7 er $f = 30$, $m = 15^{mm}$. Ved Indsættelsen af disse Værdier bliver Forstørrelsesformlen $= \frac{30 + 2a}{30 + a}$.

1) a	2) $\frac{G}{g}$	3) G	4) $\frac{fa}{f-a}$	5) $\frac{fa}{f-a}+m$
1^{mm}	$1\frac{1}{31}$	$10\frac{10}{31}^{mm}$	$1\frac{1}{29}$	$16\frac{1}{29}$
5	$1\frac{1}{7}$	$11\frac{3}{7}$	6	21
10	$1\frac{1}{4}$	$12\frac{1}{2}$	15	30
15	$1\frac{1}{3}$	$13\frac{1}{3}$	30	45
20	$1\frac{2}{5}$	14	60	75

*) At Forstørrelsen her under Gjenstandens uendelige Afstand netop bliver —1, er et ganske særligt Tilfælde, som kun finder Sted, naar, som her, m er $= 2f$.

1) a	2) $\frac{G}{g}$	3) G	4) $\frac{fa}{f-a}$	5) $\frac{fa}{f-a}+m$
25^{mm}	$1\frac{5}{11}$	$14\frac{6}{11}^{mm}$	150	165
30	$1\frac{1}{2}$	15	∞	∞
35	$1\frac{7}{13}$	$15\frac{5}{13}$	-210	-195
40	$1\frac{4}{7}$	$15\frac{5}{7}$	-120	-105
45	$1\frac{3}{5}$	16	-90	-75
50	$1\frac{5}{8}$	$16\frac{1}{4}$	-75	-60
55	$1\frac{11}{17}$	$16\frac{8}{17}$	-66	-51
60	$1\frac{2}{3}$	$16\frac{2}{3}$	-60	-45
65	$1\frac{13}{19}$	$16\frac{16}{19}$	$-55\frac{5}{7}$	$-40\frac{5}{7}$
70	$1\frac{7}{10}$	17	$-52\frac{1}{2}$	$-37\frac{1}{2}$
75	$1\frac{5}{7}$	$17\frac{1}{7}$	-50	-35
80	$1\frac{8}{11}$	$17\frac{3}{11}$	-48	-33
85	$1\frac{17}{23}$	$17\frac{9}{23}$	$-46\frac{4}{11}$	-31
90	$1\frac{3}{4}$	$17\frac{1}{2}$	-45	-30
100	$1\frac{10}{13}$	$17\frac{9}{13}$	$-42\frac{6}{7}$	$-27\frac{6}{7}$
∞	2	20	-30	-15

Ved at gjennemgaae den anden Række $\left(\frac{G}{g}\right)$ i de to Schemaer, faaer man et ret godt Overblik over den hele Række Forandringer i Gjenstandens synlige Størrelse og Stilling under dens forskjellige Afstand fra Lindsen, og ved at sammenligne disse Forandringer med dem, der samtidig finde Sted i det dioptriske Billedes Afstand og Stilling, et ikke mindre godt Overblik over, hvor langtfra det er, at de i begge disse Henseender stedfindende Forandringer kunne siges at staae i lige Forhold til hinanden.

Den hele Række Forandringer i den synlige Størrelse kan man iøvrigt naturligviis læse ud af selve Formlen, især maaskee i dens Omskrivning fra $\frac{f(a+m)}{f(a+m)-am}$ til $\frac{1}{1-\frac{am}{f(a+m)}}$ (Pag. 331). Kalde vi denne Brøk i Nævneren, nemlig $\frac{am}{f(a+m)}$, for Kortheds

Skyld B; Forstørrelsen, nemlig $\frac{C}{c}$ eller $\frac{G}{g}$, A, saa er det klart, at

naar $am > fa + fm$, ɔ: $\frac{1}{f} > \frac{1}{m} + \frac{1}{a}$, bliver $B > 1$, altsaa A negativ;

» $am = fa + fm$ ɔ: $\frac{1}{f} = \frac{1}{m} + \frac{1}{a}$, » $B = 1$, » $A = \infty$;

» $am < fa + fm$ ɔ: $\frac{1}{f} < \frac{1}{m} + \frac{1}{a}$, » $B < 1$, » $A > 1$ og positiv. Fremdeles, at saalænge m og f antages som constante, medens a gradviis voxer fra 0 til ∞, da,

naar $a = 0$, bliver $B = 0$, altsaa $A = 1$;

» a voxer fra 0 indtil $\frac{mf}{m-f}$, voxer B fra 0 indtil 1, hvorved A voxer fra 1 til ∞ og bestandig er positiv;

» $a = \frac{mf}{m-f}$, bliver $B = 1$, altsaa $A = \infty$;

» a voxer fra $\frac{mf}{m-f}$ indtil ∞, varierer B fra 1 til $\frac{m}{f}$, hvorved A aftager fra ∞ til $\frac{f}{f-m}$;

» $a = \infty$, bliver $B = \frac{m}{f}$, altsaa $A = \frac{1}{1-\frac{m}{f}} = \frac{f}{f-m}$.

Har man, som i de to ovenstaaende Exempler faaet beregnet en Gjenstands synlige Størrelse paa hvert Trin af dens gradvise Tilbagerykning fra Lindsen, saa ligger Intet nærmere, navnlig for en Ikke-Mathematiker, end at danne sig en schematisk Tegning ved at afsætte dens variable Størrelse for hvert af Trinene i rette Afstandsforhold. Men neppe vil han da have kastet et Blik paa en saadan Haandtegning, før han, navnlig naar han har valgt et Exempel med Øiets Midtpunkt udenfor Brændvidden, altsaa som i Fig. 2, maa blive vaer, at Omridset af den hele Række forestiller en aabenbar Hyperbelbue. At man virkelig ved at betragte en Gjenstand gjennem en Samlelindse under dens gradvise Tilbagerykning — især om Øiet holdes udenfor Brændvidden — seer den beskrive Billedet af en Hyperbel, med snart tydeligere snart utydeligere Omrids, er vistnok ogsaa en meget almindelig kjendt Erfaring.

Jeg kunde ikke have nogen Tvivl om, at jo ogsaa denne Hyperbelform maatte ligge udtalt i Formlen $\frac{f(a+m)}{f(a+m)-am}$ eller maaskee især i dens Omskrivning til $\frac{1}{1-\frac{1}{f(a+m)}}$. Men at udføre dens Beregning maatte jeg overlade mine Venner, de Herrer Capt. *E. W. Schiern* af Artilleriet og Lieutn. *Ravn* af den Kongl. Marine, uden hvis Opmuntring og velvillige Bistand jeg overhovedet maaskee slet ikke vilde have vovet at udføre dette mit Forsøg i en for mig temmelig fremmed Retning.

Hyperblens Construction for Tilfældet i Fig. 2 er givet paa den tredie Tavle i Figur 10, for Tilfældet i Fig. 7 i Figur 8, og navnlig saaledes, at de positive Størrelser (Gjenstanden opretstaaende) ere ansatte nedenfor, de negative (Gjenstanden omvendt) ovenfor Hovedaxen. Bogstaverne C, LN og X have samme Betydning, som i de foregaaende Figurer. I Figur 9 er XP den forlængede Xlinie, Xq den forlængede Skraastraale. A betegner i begge Figurer Hyperblens Midtpunkt, AD og AX dens to Asymptoter.

Beregningen er i Korthed følgende.

Naar man i den Curve, der er det geometriske Sted for Ligningen $\frac{G}{g} = \frac{f(a+m)}{f(a+m)-am}$, lader g uforandret, navnlig = det anvendte Stykke af Lindsen ($LN = 10^{mm}$), men afsætter de med Afstanden a foranderlige Ger som Ordinater, sees det strax, at Curven bliver en Hyperbel, og ved at anvende de bekjendte Formler for Reductionen af den almindelige Ligning af 2den Grad, sees den at være ligesidet. Hvorefter man faaer følgende nærmere Bestemmelser for den:

1) Centrets Coordinater regnede fra Punktet $L \begin{cases} x = \frac{mf}{m-f} \\ y = -\frac{gf}{m-f} = -\frac{g}{m}x \end{cases}$

2) Hyperblens $\frac{1}{2}$ Axe $= \frac{m\sqrt{2fg}}{m-f}$ eller $= \frac{m\sqrt{2fg}}{f-m}$ (naar $m < f$).

3) Hyperblens Transversalaxe danner en Vinkel $= \div 45^\circ$ med Abscisseaxens positive Deel.

I Fig. 9 er $f = 30^{mm}$, $m = 15^{mm}$, $g = 10^{mm}$. Dette giver $x = \div 30^{mm}$, $y = + 20^{mm}$, Hyperblens $\frac{1}{2}$ Axe $= \sqrt{600}$ eller omtrent $= 24\frac{1}{2}^{mm}$. I Figur 10 er $f = 7\frac{1}{2}^{mm}$, $m = 15^{mm}$, $g = 10^{mm}$. Dette giver $x = 15^{mm}$, $y = - 10^{mm}$, Hyperblens $\frac{1}{2}$ Axe $= \sqrt{600}$ eller omtrent $24\frac{1}{2}^{mm}$.

Det fremgaaer af Figurerne saavelsom af Formlen, at naar a voxer i det Uendelige, convergerer G til at blive $= \div \frac{f}{m-f} g$. Forat G i numerisk Henseende kan blive mindre end g, er det altsaa nødvendigt, at man har $\frac{f}{m-f} < 1$ eller $m > 2f$.

For at gjøre Figurerne saa oplysende som muligt, er Forstørrelsesgraden paa flere Trin af Gjenstandens Afstand fra Lindsen bleven ansat paa Curven, hvorimod Synets Tydelighed er bleven oplyst ved Angivelsen af det dioptriske Billedes Afstand i en Parenthes paa Hovedaxen. I Figur 9 er denne Afstand regnet fra Lindsen, altsaa som $\frac{d}{a}$ eller her $\frac{fa}{f-a}$, paa Grund af Øiets ringe Fjernelse fra Lindsen (samml. Pag. 307), altsaa efter den 4de Række paa Tabellen. Vil man have den fulde Længde af Lyskeglerne fra deres Toppunkt til deres Grundflade paa Øiets Hornhinde $(d + d')$, maa man overalt lægge 4^{mm} til, forudsat at man tør stole paa Beregningen af Øiemidtpunktets Stilling 11^{mm} bag Hornhinden. I Figur 10 er Øiets Afstand fra Lindsen for betydelig til at kunne oversees. Men her have vi paa den anden Side, for at vedligeholde et og samme Udganspunkt for Beregningen af Gjenstandenes synlige Afstand og Størrelse, foretrukket at regne Afstanden fra Øiets Midtpunkt.

Man veed, og det er ovenfor (Pag. 302) blevet nævnt, at den Række Forskjelligheder, en Gjenstand undergaaer i sine synlige Forhold ved at forandre sin Afstand fra Lindsen, og som nu saa udførlig er bleven omhandlet i det Foregaaende, ogsaa viser sig, naar omvendt Gjenstanden forbliver paa samme Plads foran Lindsen, men Øiet flyttes, eller endelig naar Glasset rykkes frem og tilbage mellem Gjenstanden og Øiet. Særlig at beregne disse Forhold *under Øiets vexlende Afstand*, turde være aldeles overflødigt, eftersom Beregningen ikke alene maatte skee efter de selvsamme Formler, men med Hensyn til den synlige Størrelse — i Overeensstemmelse med den symmetriske Stilling af a og m i vor Formel — endog maatte føre til fuldkommen de samme Resultater.

Ogsaa af Forholdene under Lindsens skiftende Plads mellem Gjenstanden og Øiet skeer Beregningen naturligviis efter de selvsamme Formler; men Resultatet frembyder her nogle Afvigelser, der endnu kunne fortjene lidt nærmere at omtales.

Under dette Forhold bliver $a + m$ en constant Størrelse, som vi ville kalde c. a er altsaa $= c -$ m. Formlen $\frac{f(a+m)}{f(a+m) - am}$ kan derved omskrives til $\frac{G}{g} = \frac{fc}{m^2 - cm + fc}$ eller $G = \frac{fcg}{m^2 - cm + fc}$. Da G og m heri ere de foranderlige Størrelser, sees, at Ligningen fremstiller en Curve af 3die Grad, altsaa ikke længer er nogen Hyperbel. (Beregningen af denne Curve skylder jeg ganske Herr Lieutn. *Ravn.*) Nævneren i den nysnævnte Formel $G = \frac{fcg}{m^2 - cm + fc} = \frac{fcg}{(m - \frac{1}{2}c)^2 - \frac{1}{4}c(c - 4f)}$ er Minimum for $m = \frac{1}{2}c$, og bliver 0 for $m = \frac{1}{2}(c \pm \sqrt{c(c - 4f)})$, hvilket Udtryk for at blive reelt, udfordrer, at c er lig med eller større end $4f$. Er c mindre end $4f$, vil G altsaa bestandig være positiv og have sit Maximum naar $m = \frac{1}{2}c$, altsaa naar Lindsen staaer midt imellem Øiet og Gjenstanden. Curven vil da faae den i Fig. 11 angivne Form. Naar c er lig $4f$ vil hele Forskjellen være, at G er uendelig for $m = \frac{1}{2}c$ (Figur 12). Er endelig $c > 4f$, bliver G uendelig for $m = \{c + \sqrt{c(c - 4f)}\}$ og $m = \frac{1}{2}\{c - \sqrt{c(c - 4f)}\}$ og negativ (ɔ: Gjenstanden sees omvendt) for alle Værdier af m, der ligge mellem disse to Grendser. Den mindste numeriske

Værdi faaer det negative G, naar $m = \frac{1}{2} c$, og det sees let af Formlen, at G kun kan blive numerisk mindre end g, naar c er større end $8f$. Til nærmere Oplysning af dette Forhold tjener Figur 13.

Da i alle disse graphiske Figurer (9, 10, 11, 12, 13) de positive Værdier af G ere ansatte nedefter, de negative opefter, saa faaer man ved første Øiekast paa hver især en ikke mindre fuldstændig Oversigt over Stillings- end over Størrelsesforholdene, hvori Gjenstanden vil kunne vise sig i de givne Tilfælde, og da man derhos i de indklamrede Tal langs Hovedrækken har en Angivelse af den samtidige synlige Afstand, tillige en Oversigt over den Tydelighed, hvormed den hvergang træder frem.

Har man gjort sig lidt fortrolig med disse graphiske Fremstillinger (Fig. 9, 10, 11, 12, 13), og skyer man ikke Uleiligheden med at eftergjøre de tilsvarende Forsøg, en Lupe med forudbestemt Brændvidde i Haanden, saa vil man — at dømme efter Udfaldet af mine egne ofte gjentagne og paa alle optænkelige Maader modificerede Forsøg — blive overrasket af den i alle Tilfælde fuldstændige Overeensstemmelse mellem Iagttagelsen og Fremstillingen. Og tager man da i Betænkning, at disse graphiske Fremstillinger oprindelig ikke ere grundede paa Iagttagelser, men paa Beregninger efter vor Hovedformel, saa turde vistnok hver Skygge af Tvivl falde bort om denne Formels Tilforladelighed.

Naar vor Formel $\frac{f(a+m)}{f(a+m) - am}$ har viist sig at holde Stik for Forstørrelsen gjennem en Samlelindse under alle Størrelsesforhold af a og m, saa kan det vel ikke drages i Tvivl, at den jo ogsaa vil holde Stik under alle Størrelsesforhold af f. De to væsentligste Forskjelligheder i denne Henseende, nemlig naar f er større, og naar den er mindre end m, ere desuden komne i Betragtning ved Beregningerne efter de to Hovedfigurer, Fig. 7 og Fig. 2.

Prøve vi den endnu ved at gjøre f uendelig stor, d. v. s. ved at sætte et Planglas i Lindsens Sted, saa bliver $x = \frac{mf}{m-f} = \frac{m}{\frac{m}{f}-1} = \frac{m}{-1} = -m$ d. v. s. det negative Xpunkt ligger i selve Øiets Midtpunkt, Xlinien falder sammen med Forlængelsen af den ubrudte Skraastraale, $\frac{f(a+m)}{f(a+m)-am}$ eller $\frac{a+m}{a+m-\frac{am}{f}}$ bliver

$\frac{a+m}{a+m-\frac{am}{\infty}} = 1$, med andre Ord al Forstørrelse falder bort.

Ved dette Tankeforsøg føres vi ligefrem til det andet, at lade f være et $-f$, d. v. s. at lade Samlelindsen blive **en Huullindse.** xFormlen bliver derved til $\div \frac{mf}{m+f}$; Xpunktet maa altsaa altid, som negativt, falde paa samme Side af Lindsen som Øiet og, da $\frac{mf}{m+f}$ nødvendigviis maa være mindre end m, derhos altid falde indenfor Øiemidtpunktet. Følgelig kommer den forlængede, positive, Xlinie altid til at falde fjernere fra Hovedaxen end Retningslinierne, hvoraf strax fremgaaer, at den synlige Forstørrelse maa blive en Formindskelse. Selve Forstørrelsesformlen bliver $\frac{G}{g} = \frac{x(a+m)}{m(x+a)}$ eller $\frac{f(a+m}{f(a+m)+am}$. Formindskelsens Nødvendighed er i første Formel udtrykt derved, at am maa være større end ax, eftersom m er større end x, i den anden derved at am i alle Tilfælde maa være en positiv Størrelse, i begge Brøker altsaa derved, at Nævneren altid maa blive større end Tælleren.

Til nærmere Oplysning af disse Forhold tjener Figur 14 (4de Tavle). LN er Gjennemsnittet af en Huullindse med Brændvidde $= -15^{mm}$; Øiets Midtpunkt, C, er stillet 30^{mm} derfra. x, $-\frac{fm}{f+m}$, bliver derved $= -10$. Da Skraalinien CN under sin Forlængelse Ni kommer til at ligge mellem Hovedaxen, Lg, og den forlængede, positive, Xlinie Ni, maa ifølge hele den foregaaende Fremstilling, alle ydre Gjenstande blive synlige gjennem Lindsen under en mindre Synsvinkel end udenom samme, navnlig Fr f. Ex. sees som Fs, gh som gi.

Til Formlens umiddelbare Udvikling af Figuren ville vi vælge f. Ex. Forholdet mellem Fr og Tangenten til den Synsvinkel under hvilken den vil blive synlig gjennem Lindsen, nemlig Fs, eller, efter den hidtil brugte Bogstavbetegnelse, G.

$$G\,(Fs) : LN = a + m\,(FC) : m\,(LC)$$

$$LN : g\,(Fr) = x\,(LX) : a + x\,(FX)$$

altsaa $G : g = x\,(a + m) : m\,(a + x) = \dfrac{f(a+m)}{f(a+m)+am}$.

I det valgte Tilfælde bliver Gjenstanden Fr, hvis Afstand fra Huullindsen er 15^{mm}, forstørret $\frac{3}{5}$; i det andet i Figuren givne Tilfælde bliver gh, hvis Afstand er 60^{mm}, $\frac{3}{7}$, altsaa formindskede hiin $1\frac{2}{3}$, denne $2\frac{1}{7}$ Gange.

Vil man see deres samtidige synlige Nærmelse, behøver man kun at trække en Linie fra Lindsens Midtpunkt til deres Grendsepunkt, r eller h. Skæringspunktet mellem disse Linier og den forlængede Skraalinie, r° eller h°, betegner ifølge den hele foregaaende Udvikling det virtuelle Billedes Plads, Afstanden mellem dette og Lindsen med Tillæg af Øiets Afstand fra Lindsen $(d + d')$, betegner altsaa Længden af Kegleaxerne. Denne, $\dfrac{af}{a+f} + m$, er i første Tilfælde $37\frac{1}{2}^{mm}$, i andet 42^{mm}, $\dfrac{af}{a+f} + d'$, altsaa omtrent $22\frac{1}{2} - 31^{mm}$.

Vi have ovenfor (Pag. 317) givet en schematisk Afbildning af Huulglassets Indvirkning paa de ydre Gjenstandes synlige Størrelse og Tydelighed. Efter Divergentsen at dømme af Straalerne i Lyskeglen fra Gjenstandens Yderpunkt B, kan dettes Afstand her anslaaes til 130^{mm}; det virtuelle Billedes (S) Afstand fra Lindsen er ansat til 10^{mm}, dennes negative Brændvidde vilde derifølge være $\left(f = \dfrac{da}{d+a} = \dfrac{10\,.\,130}{140}\right) = 9\frac{2}{7}^{mm}$; Øiemidtpunktets Afstand er 15^{mm}, altsaa vilde Forstørrelsen efter vor Formel blive $= 9\frac{2}{7}\,.\,145 : 9\frac{2}{7}\,.\,145 + 1950 = 377 : 923$ eller omtrent $2 : 5$, hvilket ogsaa stemmer med det paa Figuren ansatte Størrelsesforhold mellem Buedelene $a'b'$ og ab paa Nethinden.

Den Nærsynede, der maaskee saagodtsom uafbrudt betjener sig af Huulbriller, — skjøndt ikke let af lige stærke til at see nær og fjernt — lægger neppe Mærke til den synlige Formindskelse, Gjenstandene lide samtidig med at blive tydeligere for ham; men det ligger ogsaa udtrykt i Formlen, at den i Reglen under Brillernes Brug er meget svag. Brilleglassets negative Brændvidde falder almindeligviis mellem 12 og 6″ = 314 — 157^{mm}; Afstanden fra Øiet kan omtrent anslaaes til $\frac{1}{2}$″, fra Øiets Midtpunkt til 1″ = 26^{mm}, Gjenstandenes Afstand derimod til en meget betydelig. Sætte vi $f(-f)$ til 200^{mm}, hvilket allerede er et temmelig stærkt Brilleglas, Øiemidtpunktets Afstand til 15^{mm}, saa bliver Formlen $\frac{600 + 40\,a}{600 + 43\,a}$. Er a saa stor, at den kan antages for uendelig, f. Ex. naar man betragter et Himmellegeme gjennem Huulglasset, saa bliver $\frac{G}{g} = \frac{af + mf}{af + mf + am} = \frac{f + \frac{mf}{a}}{f + \frac{mf}{a} + m}$ $= \frac{f + \frac{mf}{\infty}}{f + \frac{mf}{\infty} + m} = \frac{f}{f + m}$ (Her $\frac{40}{43}$). Lade vi a derimod være f. Ex. 10″ = 260^{mm}, saa bliver den i dette Tilfælde omtrent = $\frac{17}{18}$, hvilket unegtelig endnu er en svag Indvirkning paa den synlige Størrelse, men dog altid en meer end stærk nok til at kunne udmaales ved den ovenfor (Pag. 319) omtalte Fremgangsmaade, og jeg er overbeviist om, at det vil gaae Andre, ligesom det er gaaet mig, nemlig at de ville finde Formlen des bestemtere at holde Stik, jo nøiagtigere de anstille Forsøgene.

Vi ville nu gaae over til Beregningen af **den katoptriske Perspectivformel,** om hvilken vi forøvrigt forud kunne antage, at den med visse Afændringer maa blive den samme som den dioptriske. Afgjort er det ialfald, at den maa kunne beregnes paa selvsamme Maade. Beregningen skete gjennem vore saakaldte Xlinier, d. v. s. gjennem Retningsliniernes Forløb efter deres Brydning i Lindsen, idet de tænktes som Lysstraaler, udgaaede fra Øiets Midtpunkt; med samme Ret maa den kunne skee her gjennem Retningsliniernes Forløb efter Tilbagekastningen fra Speilfladen. Lovene for denne Tilbagekastning fra Speilfladerne ere ikke mindre fuldstændig kjendte, end de for Lysbrydningen i Lindserne; vi vide, at en Straale, udgaaet i skraa Retning fra et Punkt i en lodret paa Speilfladen faldende Linie, og navnlig i en Afstand $= m$, altid vil kastes tilbage mod samme Linie i en saadan Retning, at den krydses med den i en Afstand fra Speilfladen $\frac{mf}{m-f}$. Lade vi nu hiint Udgangspunkt for den skraa Lysstraale være vort Øiemidtpunkt, C, saa have vi dermed givet vort $x = \frac{mf}{m-f}$, kun at selvfølgeligen dette x kommer til at ligge paa samme Side af Glasset som Øiet, altsaa i Henhold til Bogstavbetydningen i den dioptriske Perspectivform i og for sig er en negativ Størrelse ligesom a.

I Figur 15 forestiller LN den nederste Halvpart af en meget lille Huulspeilflade, hvis Brændvidde er 15^{mm}. Dens Kuglemidtpunkt er M. En Lyskegle, der i en Afstand $m = 60^{mm}$ fra Punktet C i Lodlinien CML falder ind paa Speilfladen, faaer sine Straaler kastede tilbage til et Punkt i samme Lodlinie i Afstanden $\frac{mf}{m-f}$ eller $x = 20^{mm}$. Skraastraalen CN vil altsaa kastes tilbage i Retningen NX. Men følgelig vil ogsaa omvendt enhver Lysstraale, der falder ind paa Speilfladen i Retningen XN, kastes tilbage mod Punktet C, og det hvor kort eller langveisfra den end monne være kommen, f. Ex. fra h eller fra X eller h' eller k. Lade vi nu C forestille Midtpunktet af et Øie, hvis Synsaxe falder sammen med Lodlinien CL, saa maa hver saadan knækket Lysstraale — hNC, XNC, $h'NC$, kNC — blive Axestraalen i den Lyskegle, der fra Punktet h, eller X eller h' eller k kan fra Speilfladen kastes ind i Øiet. Her, ligesom i det Foregaaende, ville vi ved *Xlinien* forstaae Retningen af denne knækkede Straale mellem Speilet og den ydre Gjenstand, ved

Skraalinien eller *Perspectivlinien* derimod dens Retning mellem Speilet og Øiets Midtpunkt. Lade vi altsaa hvert af hine Punkter i Xlinien, nemlig h, X, h', k, forestille Grendsepunktet af en ydre Gjenstand, hvis midterste eller af Øiet »fæstede« (fixerede) Punkt — navnlig g, X, g', g'' — ligger i Lodlinien CL, saa maae alle disse ydre Gjenstande: gh, X, $g'h'$, $g''k$ sees under een og samme Synsvinkel LCN, altsaa sees ligestore, de nedenfor Hovedaxen stillede (gh) derhos sees opretstaaende, de ovenover den stillede ($g'h'$, $g''k$) omdreiede. Forholdet mellem deres Synsvinkel gjennem Huulspeilet og, under samme Stilling af Gjenstand og Øie, gjennem dette umiddelbart lader sig (ved Tangenternes Benyttelse for Vinklerne) udtrykke som $gi : gh$, $X : 0$, $g'h' : -g'i'$, $g''k : g''i''$ — hvilke sidste Bestemmelser dog forsaavidt kun have theoretisk Betydning, at navnlig $g''k$ ikke kan være synlig for det ubevæbnede Øie. For at faae en lignende Forestilling om den Tydelighed, hvormed Gjenstandene ville vise sig under disse forskjellige Grader af Forstørrelse eller Formindskelse, behøver man kun fra Speilfladens Kuglemidtpunkt, M, at trække en Linie gjennem hvert af Grendsepunkterne h, h', k og forlænge den til Perspectivlinien CN. Skæringspunktet med denne — $h°$, $h'°$, $k°$ — angiver i hvert Tilfælde den synlige Afstand, hvori Gjenstanden vil vise sig gjennem Huulspeilet.

Man seer, at *de perspectiviske Forhold gjennem Huulspeilet* stille sig ganske i Lighed med dem gjennem Brændglasset, her navnlig som i vor Figur 2, kun bestandig lige i omvendt Retning med Hensyn til Øiet. Ved gradviis at rykke tilbage fra Speilet voxer ogsaa her i Begyndelsen Gjenstandens synlige Størrelse saavelsom dens synlige Afstand, indtil denne (den synlige Afstand) under Stillingen i Brændpunktet bliver uendelig stor. Under den fortsatte Tilbagerykning fra Brændpunktet til Xpunktet tiltager ogsaa her Forstørrelsen omsider saa stærkt, at den ved Gjenstandens Stilling i selve Xpunktet bliver uendelig, og vedbliver Gjenstanden ogsaa her i hele denne Strækning at vise sig opretstaaende, men derhos stedse mere utydelig, indtil i selve *X*punktet Utydeligheden tilligemed Forstørrelsen naaer sit Høidepunkt. Og rykker endelig Gjenstanden tilbage udover *X*punktet, saa maa den ogsaa her komme til at vise sig i omvendt Stilling eftersom nu *X*liniens Stilling til Hovedaxen bliver den modsatte af Skraaliniens; fremdeles ogsaa her først være aldeles ukjendelig, og det saalænge under Tilbagerykningen, indtil en Linie fra dens Grendsepunkt i *X*linien gjennem Speilfladens Midtpunkt *(M)* træffer Skraalinien idetmindste 11—12^{mm} foran Øiemidtpunktet *(C)*. Paa Høiden med Speilfladens Kuglemidtpunkt, *M*, vil Gjenstanden gjennem Huulspeilet sees ligesaa tydelig og ligesaa stor som ved det umiddelbare Syn, men i omdreiet Stilling; endnu nærmere ved Øiet $(g'h')$ vil den gjennem Speilet vise sig formindsket (som $g'i' : g'h'$) og i en noget større synlig Afstand $(h'°)$; paa Høide med selve Øiets Midtpunkt vil den, endnu bestandig formindsket og omdreiet, sees netop i *X*punktets Afstand. Rykker Gjenstanden endelig længere tilbage fra Huulspeilet end Øiemidtpunktet, saa hører dens omdreiede Stilling op, eftersom ogsaa Perspectivlinien nu træder over paa samme Side af Hovedaxen som *X*linien. Dens Formindskelse aftager meer og meer, er f. Ex. 5^{mm} bag *C* (Fig. 15) $= g''i'' : g''k$, men kan aldrig ophøre, eftersom *X*liniens og Perspectivliniens Vinkel med Hovedaxen, blive uforandrede under Gjenstandens Tilbagerykken i det Uendelige, og hiins (kXg'') er større end dennes $i''Cg''$, hiins Leie altsaa ogsaa bestandig fjernere fra Hovedaxen end dennes. Samtidig bliver Gjenstandenes synlige Afstand under deres Fjernelse i det Uendelige stedse bestemtere lig Afstanden af Huulspeilets Brændpunkt, altsaa, hvis dette er stillet i Øiets gunstigste Synsvidde, stedse mere tydelig. Her, under Gjenstandens Stilling bag Øiet, ere unegtelig Forholdene saa eiendomlige, at Analogien med Perspectivet gjennem Lindserne neppe længere lader sig gjennemføre.

Da *X*linierne med Huulspeilet ifølge deres Definition kunne betragtes som tilbagekastede Straaler, udgaaede fra Øiets Midtpunkt, følger det ligefrem af Katoptrikens Grundlov, at Xpunktet og Øiemidtpunktet altid maa have Speilfladens Midtpunkt imellem sig paa Hovedaxen, og navnlig saaledes, at paa vore Figurer $\angle\, CNM$ maa blive $= \angle\, XNM$. I det foregaaende Til fælde (Fig. 15) laae C hiinsides M, X altsaa nærmere Speilfladen; som umiddelbar Følge deraf var det i hele Strækningen fra denne til dens Kuglemidtpunkt Xlinien, først udenfor dette Punkt Perspectivlinien, der laae nærmere ved Hovedaxen. Det omvendte Forhold maa indtræde, naar C i Henseende til Speilfladen faaer sit Leie indenfor M. X maa da komme til at ligge hiinsides M, des længere altid jo nærmere C rykker fra M henimod F, saa at Afstanden af X, naar C falder sammen med F, bliver uendelig stor og Xlinien bliver parallel med Hovedaxen. Under denne Stilling af C mellem M og F er det Perspectivlinien der i Strækningen fra Speilfladen til dens Kuglemidtpunkt ligger Hovedaxen nærmere. I Modsætning til det første Tilfælde (Fig. 15), hvor Gjenstandene i hele denne Strækning viste sig forstørrede, og en Formindskelse først indtraadte under deres Stilling udenfor Speilets Kuglemidtpunkt, maa det her forholde sig lige omvendt. Mellem Speilfladen og dens Kuglemidtpunkt maae Gjenstandene vise sig formindskede; forstørrede ville de i denne Stilling af Øiet ikkun vise sig, naar de staae udenfor dens Kuglemidtpunkt.

Har endelig C sit Leie ikke blot indenfor M, men ogsaa indenfor F, d. v. s. staaer Øiets Midtpunkt indenfor Speifladens Brændvidde (see Figur 17), saa bliver Xlinien fra Speilfladen af divergerende med Hovedaxen, og Xpunktet bliver i katoptrisk Henseende et negativt, som Billedpunkt for Øiets Midtpunkt et virtuelt d. v. s. faaer sit Leie bag Speilfladen. Derved bliver imidlertid Leieforholdet til Hovedaxen mellem Xlinien og Perspectivlinien endnu som i de sidstnævnte Tilfælde. Under en Gjenstands gradvise Tilbagerykning fra Speilfladen vil den, saalænge den er stillet foran Øiets Midtpunkt, gjennem Speilet sees formindsket og opreist, mellem Øiets Midtpunkt og Speilsfladens Kuglemidtpunkt formindsket og omdreiet, fra dette Punkt af og til en uendelig Afstand fra Speilfladen forstørret og omdreiet.

At det ikke kan være anderledes, skjønnes iet af den schematiske Figur 17, hvori den meget lille Speilflade *LN*'s Brændvidde er ansat til 40^{mm}, Kuglemidtpunktet *(M)* altsaa ligger i en Frastand af 80^{mm}, medens Øiets Midtpunkt er stillet i en Frastand af kun 35^{mm} og x, $\frac{mf}{m-f}$, altsaa bliver $\frac{1400}{-5} = -280^{mm}$, d. v. s. kommer til at ligge 280^{mm} bag Speilfladen. Man seer Gjenstanden gh, 15^{mm} fra Speilet, vise sig kun omtrent halv saa stor, men opreist og med en Axeforlængelse fra Ch til Ch^0; Gjenstanden $g'h'$, 10^{mm} bag Øiets Midtpunkt, 5^{mm} bag Brændpunktet, blive formindsket til $g'i'$ og derhos saavel som alle de følgende dreiet om, men visende sig saa utydelig, som om hver Lyskegles Straaler kom til Øiet convergerende mod et 325^{mm} $\frac{af}{a-f} - m$ bag Øiets Midtpunkt liggende Punkt; — Gjenstanden $g''h''$, formindsket til $g''i''$, Axerne convergerende mod Punkter, 104^{mm} bag Øiets Midtpunkt; $g'''\,h'''$ derimod, som ligger bag Speilets Kuglemidtpunkt, forstørret til $g'''\,i'''$, Axerne convergerende mod Punkter, 27^{mm} bag Øiets Midtpunkt, og saaledes alle de endnu længer borte liggende Gjenstande stedse stærkere forstørrede paa Grund af Perspectivliniens stærkere Divergents med Hovedaxen end *X*liniens, men derhos (i dette Tilfælde) stedse mere utydelige, paa Grund af, at Brændpunktet, hvortil deres dioptriske Billeder nærme sig meer og meer, her falder kun 5^{mm} bag Øiets Midtpunkt.

Vi ville nu beregne selve Forstørrelsesformlen for Huulspeilene, og man seer strax, at Beregningen her kan skee paa samme Maade som ved Lindserne, altid i Forudsætning af, at Synsvinklerne ogsaa her ere saa smaa, at Tangenterne kunne anvendes istedetfor Vinklerne.

I Figur 16 (og 15) have vi

$$gi : LN = m - a : m$$
$$LN : gh = x : x - a$$
altsaa $$gi : gh = x(m - a) : m(x - a).$$

Denne Forskjel i Forstørrelsesformlen ved Huulspeilet fra den ved Samlelindsen, seer man strax, er en nødvendig Følge af, at x og a her, i Forhold til i den dioptriske Forstørrelsesformel, have en negativ Betydning. Tage vi Hensyn hertil, gjøre vi x til $-x$, a til $-a$, saa kommer Formlen til at lyde netop ligesom hiin, nemlig:

$-x(m + a) : m(-x + a) = x(m + a) : m(x - a)$, eller $\frac{f(a+m)}{f(a+m) - am}$.

Indsætte vi i selve Huulspeilets nysberegnede Formel dens Værdi $\frac{mf}{m-f}$, saa bliver den:

$$\frac{mf}{m-f}(m - a) : \frac{mmf}{m-f} - am = f(m - a) : mf - am + af$$
$$= f(m - a) : f(m + a) - am.$$

I Figur 15 have vi fremdeles

$$g'i' : LN = m - a : m$$
$$LN : -g'h' = x : a - x,$$
altsaa $$g'i' : -g'h' = x(m - a) : m(a - x) = - m(x - a),$$
eller, ved Eliminationen af x,
$$g'i' : g'h' = f(m - a) : - [f(a + m) - am].$$

I samme Figur endelig

$$-g''i'' : LN = a - m : m$$
$$LN : -g''k = x : a - x,$$
altsaa $$-g''i'' : -g''k = x(a - m) : m(a - x)$$
eller $g''i'' : g''k = x(m-a) : m(x-a) = f(m - a) : f(a + m) - am.$

Fremdeles have vi i Figur 17, saalænge $a < m$,

$$gi : LN = m - a : m$$
$$LN : gh = - x : - x + a = x : x - a,$$
altsaa $gi : gh = x(m - a) : m(x - a) = f(m - a) : f(a + m) - am;$
og naar $a > m$

$-g'i'$ (eller $-g'''i'''$) $: LN = a - m : m$

$LN : g'h'$ (eller $g'''h'''$) $= -x : -x + a = x : x - a$,

altsaa $-g'i'$ (eller $-g'''i'''$) $: g'h'$ (eller $g'''h'''$) $= -x(a-m) :$ $m(x-a)$ og $g'i'(g'''i''') : g'h'(g'''h''') = x(m-a) : m(x-a)$ $= f(m-a) : f(a+m) - am$.

Paa Figuren sees, at hvergang Gjenstanden staaer lige i Huulspeilets Kuglepunkt, viser den sig uforandret i Størrelse, men omdreiet. Dette følger af Formlen; thi naar a er $= 2f$. bliver den fra $\frac{f(m-a)}{f(m+a)-am}$ til $\frac{fm-2f^2}{fm+2f^2-2fm} = \frac{m-2f}{-m+2f} = -1$.

Een og samme Forstørrelsesformel gjaldt overalt for Samlelindserne, een og samme gjelder overalt for Huulspeilene. Hiin gav os Curverne af Rækkefølgen i en Gjenstands synlige Former gjennem Samlelindsen, denne vilde med samme Sikkerhed og samme Lethed kunne give os dem gjennem Huulspeilet.

Ville vi prøve den ovenstaaende Forstørrelsesformel paa **Planspeilet**, hvis f er $= \infty$ og hvis X i Speilenes Formler bliver $-m$ ligesom Planglassets i Lindsernes, saa have vi

$$\frac{x(m-a)}{m(x-a)} = \frac{-m^2+am}{-m^2-am} = \frac{a-m}{-m-a} = \frac{m-a}{a+m}$$

og $$\frac{f(m-a)}{f(m+a)-am} = \frac{m-a}{m+a-\frac{am}{\infty}} = \frac{m-a}{m+a};$$

Men denne Formel er netop den, som man ogsaa ved Anvendelse af de almindelige katoptriske og perspectiviske Love faaer ud for Planspeilets Indvirkning paa Gjenstandenes synlige Størrelse. Ifølge Grundloven for Lystilbagekastningen fra den plane Speilflade tage Gjenstandene sig ud gjennem denne, som om de i uforandret Størrelse stode netop ligesaa langt bagved, som de i Virkeligheden staae foran den. Kalde vi Afstanden af Øiets Midtpunkt fra Speilfladen m, Gjenstandens Afstand fra samme Flade a, saa maa Gjenstanden af dette Øie saalænge a er $< m$ sees umiddelbart i Afstanden $m - a$ gjennem Speilet i Afstanden $m + a$; men da nu een og samme eller to ligestore Gjenstandes synlige Størrelse staae i omvendt Forhold til

Afstanden, saa maa altsaa Forholdet mellem Gjenstandens synlige Størrelse gjennem Speilet og udenfor Speilet netop være $= m - a : m + a$. Er $a > m$, d. v. s. staaer Gjenstanden bagved Øiets Midtpunkt, saa lader det sig kun theoretisk, men for saavidt med lige Sikkerhed bestemme, at dens synlige Størrelse gjennem Speilet i Forhold til udenfor Speilet, maatte blive $= - (m - a) : m + a = a - m : m + a$.

Ligesom vi ovenfor ved Samlelindsernes Betragtning gjennem Planglasset førtes til Huullindsernes, føres vi her fra Huulspeilenes gjennem Planspeilet til **de hvælvede Speilfladers.**

Under Synet gjennem Lindserne, fandt vi, kommer Xpunktet, hvis Stilling, ifølge Formlen $\frac{mf}{m-f}$, retter sig omtrent lige meget efter Brændpunktets og Øiemidtpunktets Afstand, saalænge f er positiv (Samlelindsen), til at ligge hiinsides Lindsen naar $m > f$ (Fig. 2), dennesides naar $m < f$ (Fig. 7), men dog i dette Tilfælde altid fjernere fra Lindsen, hvoraf fulgte en Forstørrelse af Gjenstanden i alle dens mulige Afstande. Først ved Planglassets Benyttelse, da f er $= \infty$, faldt X sammen med Øiemidtpunktet $(-x = m)$, og al Forstørrelse hørte op, og først ved Huulglassets Benyttelse, da f er negativ, faldt X indenfor Øiemidtpunktet (Fig. 14), hvoraf fulgte en Formindskelse af Gjenstandene i alle deres mulige Stillinger. Under Brugen af Speilfladerne, have vi nu seet, maa, saalænge deres Kuglemidtpunkt ligger paa samme Side af Fladen som Øiet og Gjenstanden, altsaa fra denne Side betragtet kan kaldes positiv (Huullindsen), x, naar m er $> 2f$, blive $< 2f$; naar m er $< 2f$, blive $> 2f$; naar $m = f$, blive ∞, og naar $m < f$, blive negativ, d. v. s. X komme til at ligge bagved Speilfladen, dog altid fjernere fra samme end $- m$. Først naar f og dermed tillige $2f$ bliver $= \infty$ (Planspeilet), bliver x, som vi nys have seet, i alle Tilfælde $= - m$. Gaae vi nu over til Betragtningen af Gjenstandenes synlige Forhold gjennem de hvælvede Speilflader, da skjønner Enhver, om han end ikke strax har læst det ud af Formlen

$\frac{mf}{m-f}$, at her, hvor f i Forhold til Huulspeilets bliver et $-f$, X i alle mulige Tilfælde maa faae sin Plads paa Hovedaxen hiinsides Speilfladen indenfor $-m$, hvoraf Følgen i Henseende til Gjenstandenes synlige Forstørrelse nødvendigviis maa blive den selvsamme, som af dets Stilling indenfor $+m$ ved Huullindserne, nemlig den, at Gjenstandene i alle mulige Afstande maae vise sig formindskede.

Til Beregningen af denne synlige Formindskelse af Gjenstandene gjennem de hvælvede Speilflader kan man ganske holde sig til vor Figur 17, kun at man tænker sig Xlinien divergere endnu langt stærkere med Hovedaxen fra Speilfladen af, og Formindskelsen i samme Forhold tage stærkere til med Gjenstandens voxende Afstand. Lade vi derhos f beholde samme Betydning, saa bliver ogsaa Forstørrelsesformlen uforandret. Er $m > a$, saa bliver den umiddelbart $\frac{G}{g} = \frac{x(m-a)}{m(x-a)}$ eller $\frac{f(m-a)}{f(m+a)-am}$; er $a > m$, saa lyder den $-\frac{G}{g} = \frac{x(a-m)}{m(x-a)}$ eller $\frac{f(a-m)}{f(a+m)-am}$, hvilket naturligviis kun vil sige, at det egentlige Forstørrelsesforhold ogsaa her er $\frac{x(m-a)}{m(x-a)}$ eller $\frac{f(m-a)}{f(m+a)-am}$, kun at Gjenstanden derhos sees omdreiet. Hvis vi derimod her ved Speilene, ligesom ved Lindserne, ville stille Brændvidden af de hule i Modsætning til Brændvidden af de hvælvede, og navnlig betegne de hvælvede Speilfladers ligesom de hule Lindsers Brændvidde som et $-f$, saa bliver Formlen $\frac{f(m-a)}{f(m+a)+am}$, hvorved det unegtelig i disse Speilfladers Formel ligesom i Huullindsernes træder tydeligere frem, at dens numeriske Værdi altid maa blive <1, Gjenstanden altsaa altid vise sig formindsket, medens Tælleren $f(m-a)$ tydelig nok viser, at naar $m > a$, maa dens Værdi altid blive positiv (Gjenstanden vise sig opret) selv om end m tænkes $=\infty$, naar derimod $a > m$, altid negativ (Gjenstanden vise sig omvendt).

Saavidt om Gjenstandens synlige Størrelse gjennem hule og hvælvede Speile i Forhold til deres synlige Størrelse for det blotte Øie. Men i den praktiske Benyttelse af hule og hvælvede Speile vil der vistnok kun sjeldent være Spørgsmaal om dette Forhold, des hyppigere om et andet, nemlig om det mellem deres synlige Størrelse gjennem de hule og hvælvede Speile paa den ene Side og Planspeilet paa den anden. Saaledes selvfølgelig endog udelukkende hvergang Talen er om Speilenes Benyttelse til Selvspeiling. Ogsaa dette Forhold ville vi da endnu beregne, og Intet kan, ved Benyttelsen af vor Methode, være lettere.

Gjøre vi i Figur 16 $GL = Lg$ og $GH = gh$, saa vil Vinklen GCH eller gCh' være Synsvinklen for gh gjennem Planspeilet, ligesom gCi er den for samme Gjenstand gjennem Huulspeilet og gGh den gjennem det ubevæbnede Øie. Men da

$$gi : gh = x(m - a) : m(x - a),$$

og

$$gh : gh' = m + a : m - a \text{ (see Pag. 371)},$$

saa er

$$\frac{gi}{gh'} = \frac{x(m+a)}{m(x-a)} \text{ eller } \frac{f(a+m)}{f(a+m) - am}.$$

Til samme Resultat føres vi ved at anvende samme Beregningsmaade paa Figur 17, og det, hvad enten vi lade den forestille et Huulspeil med Øiemidtpunktet indenfor Speilets Brændpunkt eller et hvælvet Speil under hvilkensomhelst gjensidig Stilling af Speilet, Øiet og Gjenstanden.

Her gjenfinde vi altsaa vor første Forstørrelsesformel, den, der fandtes at gjelde i alle Tilfælde for Samlelindsernes Vedkommende, og i Grunden ogsaa for Huullindserne; thi naar vor Beregning gav en anden Formel for disse, nemlig $\frac{f(a+m)}{f(a+m) + am}$, saa laae dette kun deri, at den negative Brændvidde f i Formlen blev udtrykt ved dens numeriske Værdi, og det er allerede blevet viist, at om dette undlades, bliver Formlen den samme.

$\frac{x(a+m)}{m(x-a)}$ eller $\frac{f(a+m)}{f(a+m) - am}$ er altsaa en Forstørrelsesformel, der egentlig gjelder for alle Lindser overhovedet, kun at ved Huullindserne f maa erindres at være negativ. Naar nu denne samme Formel ogsaa viser sig at gjelde for Forstørrelsen saavel gjennem hule som gjennem hvælvede Speile i deres Forhold til Planspeilet, kun at ogsaa her ved de *hvælvede* maa erindres, at f er negativ, saa kunne vi med Rette sige, at Brugen af *hule og hvælvede Speile i Forhold til Brugen af Planspeilet* er det Selvsamme, som hvad Brugen af *hvælvede og hule Lindser* er *i Forhold til Brugen af det ubevæbnede Øie.* Vi kunne gjerne beholde Forstørrelsesformlen $\frac{x(a+m)}{m(x-a)}$ eller $\frac{f(a+m)}{f(a+m)-am}$ som gjeldende i alle Tilfælde, kun at vi mindes, at ved Huullindser og hvælvede Speile f er et $-f$; men ville vi for Huullindserne antage Formlen $\frac{x(a+m)}{m(a+x)}$, saa maae vi ogsaa antage den for de hvælvede Speile. — Er nu Spørgsmaalet derimod om Forholdet mellem den synlige Størrelse gjennem Speilet og gjennem det ubevæbnede Øie, da er det ogsaa fra denne Side let at see, hvorledes Svaret maa blive. For Huulspeilet have vi da at multiplicere Samlelindsens, for det hvælvede Huullindsens Formel med Planspeilets Formel, og vi faae da ud:

$$\frac{x(a+m) \cdot m-a}{m(x-a) \cdot m+a} = \frac{x(m-a)}{m(x-a)} = \frac{f(m-a)}{f(m+a)-am},$$

$$\frac{x(a+m) \cdot m-a}{m(a+x) \cdot m+a} = \frac{x(m-a)}{m(a+x)} = \frac{f(m-a)}{f(m+a)+am}$$

Naar vi til det Ovenstaaende endnu føie, at selve denne Forandring, som Formlen lider ved Synet gjennem Speilflader, er en nødvendig Følge af, at under Speilingen a bliver negativ tilligemed x, saa vil det neppe være for dristigt, om vi fra nu af mene, at det tør ansees for afgjort, at den perspectiviske Lov, vi fra først havde formodet at maatte gjelde for Synet gjennem en Samlelindse, ikke alene gjelder for Synet gjennem Lindser af enhversomhelst Art, altsaa er Dioptrikens perspectiviske Lov, men ikke mindre gjelder for Synet gjennem hule og hvælvede Speile, altsaa sikkerlig ogsaa er Katoptrikens. Loven kan udtrykkes paa følgende Maade.

Medens hvert Indtryk paa ethvert Punkt af Nethinden opfattes af Bevidstheden som Noget, der ligger udenfor os i Retningen af en lige Linie gjennem Øiets Midtpunkt ud i Rummet, og medens denne lige »Retningslinie« ved Synet med ubevæbnet Øie i Virkeligheden træffer det ydre Punkt, hvorfra Indtrykket hidrører, maatte den derimod ved Synet gjennem enkelte Lindser og Speilflader for at træffe det rette ydre Punkt, fra Anstødspunktet af styres mod Øiemidtpunktets dioptriske eller katoptriske Billedpunkt. Med andre Ord: at vi gjennem det ubevæbnede Øie see Gjenstandene i deres naturlige Størrelse, beroer derpaa, at hvert af deres Punkter virkelig ligger i Retningslinien fra det tilsvarende Punkt i Nethindebilledet; at vi gjennem det bevæbnede Øie see dem forstørrede eller formindskede, beroer derpaa, at hiinsides Lysbrydningen eller Lystilbagekastningen hvert af deres Punkter, med Undtagelse af det ene i Synsaxens Forlængelse, ligger i en anden Linie, navnlig i en Linie mellem Brydningspunktet og Øiemidtpunktets optiske Billedpunkt; — eller: de perspectiviske Linier for det bevæbnede Øie følge, i Modsætning til Perspectivlinierne for det ubevæbnede Øie, ikke een og samme lige Retning fra de ydre Punkter til Øiets Midtpunkt, men to forskjelllge Retninger, begge dog lige sikkert bestemmelige ved een og samme Lov under alle Former af Lysbrydningen eller Lystilbagekastningen. Den ene Retning følge Perspectivlinierne indtil selve Brydningen eller Tilbagekastningen. Den bestemmes ved en lige Linie (Xlinien) mellem det ydre Punkt og Øiemidtpunktets Billedpunkt i Hovedaxen (X). Den anden (Skraalinien) bestemmes ved en lige Linie fra Brydnings- eller Tilbagekastningspunktet til Øiets Midtpunkt. For under en hvilkensomhelst Form af Øiets Bevæbning at bebestemme hvor et ydre Punkt vil blive opfattet paa Nethinden, har man først at beregne det bevæbnede Øies Xpunkt, d. v. s. det Punkt i Hovedaxen, der ligger i Afstanden $\frac{mf}{m-f}$ fra Lindsens Midtpunkt eller fra Speilfladen, dernæst at trække en Linie mellem det ydre Punkt og dette Xpunkt, forlænge denne Linie (Xlinien) til Lindsens Længdeaxe eller til Speilfladen, og fra dens Skæringspunkt med hiin eller denne trække en Linie (Skraalinien) gjennem Hornhindens Kuglemidtpunkt til Nethinden. For at bestemme Synsvinklen af en ydre Gjenstand gjennem det bevæbnede Øie, har man at udføre dette for dens Grendsepunkter, Synsvinklen er givet i Skraaliniernes gjensidige Krydsning i Øiets Indre, og for at bestemme hvor meget større eller mindre en ydre Gjenstand vil vise sig gjennem en Lindse eller en Speilflade af en bestemt Form og i en bestemt gjensidig Afstand mellem den, Øiet og Lindsen eller Speilfladen, har man at trække en Lodlinie til Hovedaxen gjennem dens Grendsepunkter til Xlinien og Skraalinien i disses tilbørlige Forlængelse. Mellem Hovedaxen og Xlinien angiver denne Linie *(G)* Tangenten til Gjenstandens Synsvinkel gjennem det bevæbnede Øie, mellem Hovedaxen og Skraalinien angiver den *(g)* Tangenten til samme Gjenstands Synsvinkel gjennem det ubevæbnede. For endelig endnu at bestemme, hvor tydeligt eller utydeligt en Gjenstand vil vise sig gjennem det bevæbnede Øie i hvert givne Tilfælde, har man fra Lindsens Midtpunkt eller Speilfladens Kuglemidtpunkt at trække en Linie gjennem Gjenstandens ene Grendsepunkt og forlænge den til Skraalinien. Dens Krydsningsningspunkt med denne betegner Gjenstandens synlige Afstand for det bevæbnede Øie.

Hermed maa den Opgave betragtes for at være løst, som Forfatteren af denne Afhandling havde stillet sig, og som bestod i at beregne den Indflydelse, som den ydre Lysbrydning og Lystilbagekastning har paa Gjenstandenes synlige Størrelse under Synet med bevæbnet Øie, og navnlig ganske i Almindelighed, altsaa uden Hensyn til, om Synet derved bliver tydeligt eller utydeligt. Først ved denne Opgaves Løsning forekom det ham, at man kunde komme til at begrunde **en Theorie for Per-**

spectivet gjennem det bevæbnede Øie, en Theorie, der idetmindste fra det physiologiske Standpunkt ingenlunde kan siges at have en underordnet Interesse. I Henseende til Nytten af en saadan Beregning for de optiske Instrumenters praktiske Brug vil man ikke have glemt den ovenfor (Pag. 301) gjorte Bemærkning, at under Benyttelse af Lupen er den umiddelbare Forstørrelse kun ubetydelig i Forhold til den saakaldte »lineære«, en Bemærkning, der naturligviis gjelder med samme Ret under Benyttelsen af Huulspeilet.

At udstrække disse Undersøgelser til de sammensatte dioptriske Instrumenter, har ikke ligget i Forfatterens Plan, navnlig fordi det var ham klart, at derved ikke vilde kunne opnaaes nogen Berigtigelse i Beregningen, uden forsaavidt Afstanden af Øiets Midtpunkt ogsaa her bør komme i Betragtning. Men om dog ikke vor hele Forklarings- og Beregningsmaade skulde være anvendelig ogsaa paa dem? i alt Fald til Bekræftelse af de Sætningers Paalidelighed, som i det Foregaaende ere opstillede?

Dette Spørgsmaal har jeg, ved Afslutningen af de her meddeelte Undersøgelser over Perspectivet gjennem enkelte Lindser og Speile ikke kunnet undlade at stille mig. Det har forekommet mig, at naar i de to Hovedfigurer (2 og 7) opstilledes Gjennemsnittet af en anden — tredie, fjerde Lindse af en hvilkensomhelst Brændvidde, maatte ikke blot Hovedaxen, men ogsaa vor Skraastraale lige sikkert kunne forfølges igjennem dem, og Beregningen lige sikkert kunne udføres derefter.

I den reent schematiske Figur 18 være *LN'* det halve Gjennemsnit af en saadan ny Lindse. Ligesom vi allerede vide, at alle Punkter i den brudte Skraalinie, eller vor Xlinie, paa denne Side deraf ville sees paa samme Sted af Nethinden, og alle Gjenstande — og selvfølgelig alle dioptriske Billeder, der maatte kunne sees lig Gjenstande — mellem den og Hovedaxen maae sees ligestore, opretstaaende hvis de findes paa samme, omdreiede hvis de findes paa den modsatte Side af

Hovedaxen, saaledes kunne vi neppe noget Øieblik tvivle om, at jo det Samme lige sikkert maa gjelde for hvad der ligger hiinsides den eller de nye Lindser, kun at Xliniens rette Brydning hvergang nøie iagttages. Forstørrelsens Beregning maa blive meget simpel. I Figur 18 være f. Ex. gh den ydre Gjenstand (g). Den maa sees som gi (G), og Forstørrelsen finder man strax paa følgende Maade (altid under Forudsætningen af, at Vinklerne ere tilstrækkelig smaa for at kunne beregnes efter deres Tangenter). (Ved b' og b'' forstaaes de Liniestrækninger, der paa Figuren ligge modsat a' og a'' til Xlinien.)

$$g : L'N' = b'' : a''$$

$$L'N' : LN = b' : a',$$

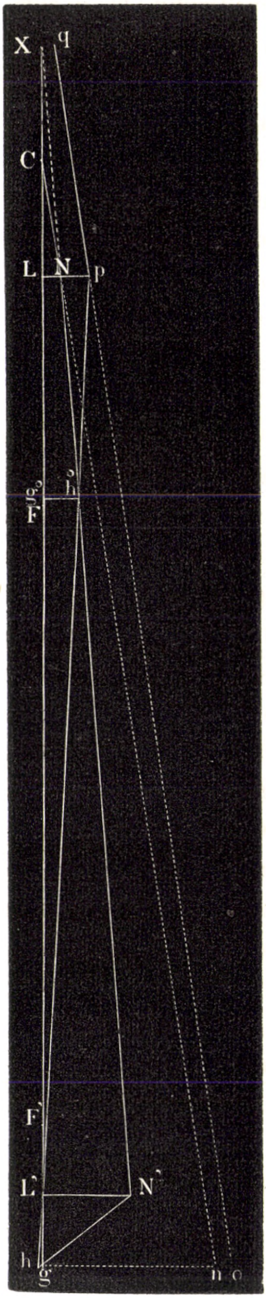
altsaa $$g : LN = b'b'' : a'a'';$$

men nu er $LN : G = a : A$ (eller Afstanden mellem Ocularet og Objectivet), følgelig bliver $\frac{G}{g} = \frac{Aa'a''}{ab'b''}$, i hvilken Formel $a =$ Øiemidtpunktets Afstand fra Ocularet, A Instrumentets Længde, a' vort x altsaa her $= \frac{af}{a-f}$, b' Afstanden mellem Xpunktet og næste Lindse, $a'' = \frac{b'f'}{b'-f'}$, og $b'' =$ Gjenstandens Afstand udenfor Xpunktet. Vil man have disse Xpunkter ud af Formlen, er naturligviis Intet lettere end at eliminere dem; men Formlen bliver derved noget mere indviklet. Paa samme Maade vil nu Formlen kunne opstilles for Perspectivet eller den synlige Forstørrelse gjennem et hvilketsomhelst Antal Lindser, hvælvede eller hule, og under hvilkensomhelst gjensidig Stilling, efter den i Figur 19 givne Figur, navnlig saalænge Øiets Midtpunkt er stillet udenfor Ocularets Brændvidde. Finder det omvendte Forhold Sted, saa at x bliver negativ, lider Formlen en ikke uvæsentlig Forandring, og for dog — skjøndt de for denne Afhandling satte Grendser alt længe ere overskredne — idetmindste ved eet Exempel at oplyse min egentlige Mening om Methodens Anvendelighed paa de sammensatte dioptriske Instrumenter, være det endnu tilladt at udvikle min Theorie med nogenlunde Udførlighed for Mikroskopets Vedkommende.

Naar et *Mikroskops* Objectivglas har en Brændvidde af 9^{mm}, og en lille ydre Gjenstand ligger 10^{mm} fra dets Midtpunkt, altsaa 1^{mm} udenfor dets Brændvidde, saa vil Gjenstandens reelle dioptriske Billede faae sin Plads 90^{mm} paa den anden Side af Lindsen og være 9 Gange større. Lade vi Ocularlindsens Brændvidde være 30^{mm}, og hiint reelle dioptriske Billede falde 1^{mm} indenforəsamme, saa vilde det, som en i og for sig synlig Gjenstand, selv atter ved Straalebrydningen i denne Lindse blive synligt i et virtuelt Billede $\frac{30 \,.\, 29}{30-29} = 870^{mm}$ foran Ocularets Midtpunkt, altsaa 741^{mm} længere borte end selve Gjenstanden, men derhos ogsaa $\frac{870}{29} = 30$ Gange større end det reelle Billede, altsaa 270 Gange større end selve Gjenstanden.

Denne hele Beregning maa (samml. Pag. 306) ogsaa fra det physiologiske Standpunkt betragtes som fyldestgjørende i sin Anvendelse paa den *Tydelighed*, hvormed Gjenstanden *gh* vil vise sig gjennem Mikroskopet. Det er uimodsigeligt, at den her vil vise sig netop saa tydelig i et Øie, der tænkes stillet lige tæt op til Ocularet, som ellers Gjenstandene sees af samme Øie i en Afstand af 870^{mm} eller omtrent 32″. Men paa den synlige Forstørrelse kan Beregningen idetmindste ikke anvendes umiddelbart, da, selv om det reelle dioptriske Billede indrømmedes at være noget i og for sig Bestaaende, dets Forstørrelse gjennem Ocularet dog ikke kan beregnes uden med Inddragelse i Beregningen af *m* (Afstanden mellem Ocularets og Øiets Midtpunkt).

Jeg skal nu søge, først ved Hjelp af et Træsnit at forklare, hvorledes jeg selv har tænkt mig den samlede optiske Fremgang, medens et Øie stirrer gjennem Ocularet af et Mikroskop, og dette Øie ligesom danner et samlet optisk Hele med Instrumentet — dernæst at vise, hvorledes den iagttagne Gjenstand maa blive synlig ifølge Perspectivets almeengjeldende Love, og endelig til Sammenligning slutte med Beregningen af dens synlige Størrelse efter den foreslaaede Methode.



LN forestiller Gjennemsnittet af Ocularlindsens ene Halvdeel. Dens Brændvidde *(LF)* er 30mm. Øiets Midtpunkt *(C)* staaer 15mm fra Ocularets, x, $\frac{mf}{m-f}$, bliver altsaa — 30mm eller med andre Ord, X-punktet ligger paa samme Side af Lindsen som Øiet, men 15mm bag dets Midtpunkt. Gjennem Synsaxens Retningslinie kommer her som altid en Straale fra et ydre Punkt i samme Linies Forlængelse, saasom g^0 eller g; men gjennem hver anden Retningslinie kommer en Straale, der bag Ocularet fulgte dens Xlinie, gjennem *NC* f. Ex. en Straale, der fulgte Linien *N' N*. Hvis der virkelig indeni Instrumentet havde staaet en tilstrækkelig oplyst Gjenstand, hvorfra Straaler kunde have udbredt sig i enhver Retning ligesom fra en gjennem Lupen betragtet Gjenstand, saa have vi allerede omhandlet, hvorledes den da maatte have viist sig gjennem Ocularet. Nu staaer her rigtignok ingen saadan synlig Gjenstand; men hvis der af Gjenstanden *gh*, der ligger 10mm bag Objectivglasset *L' N'*, fra et eller andet Punkt kunde udgaae et Lysknippe saaledes, at en af dets Straaler faldt sammen med denne Xlinie indeni Instrumentet, saa er der ingen Spørgsmaal om, at jo denne Straale ved Udtrædelsen gjennem Ocularet vilde falde sammen med Retningslinien *NC* og tilmed blive Lysknippets Axe ved Indtrædelsen i

Øiet, saa at hiint Punkt af Gjenstanden vilde sees i Retningen *CNn*. Har Straalen krydset Hovedaxen paa Veien, saa vil det selvfølgeligen sees paa den modsatte Side, Gjenstanden altsaa sees omdreiet. Det er altid let at bestemme, hvor paa den ydre Gjenstand hiinsides Objectivet det Punkt maa være, hvorfra en Lyskegle skal kunne faae en Straale til at ligge i en vis Xlinie og Skraalinie. Man behøver kun at forlænge Xlinien til Objectivglasset og derigjennem lade den brydes lig en Straale i omvendt Retning. Det Punkt, hvori den træffer Gjenstanden, er under de givne Forhold det eneste af den, der under et tydeligt Syn kan opfattes paa denne Retningslinies Nethindepunkt. I det givne Tilfælde faaer den Straale, der fra Gjenstanden *gh* er den eneste, der kan komme til at følge med Xlinien, nemlig hN', et saa yderligt liggende Gjennemgangssted gjennem Objectivet, at man strax seer, den kun kan betyde en schematisk Linie. Men som saadan har den ikkedestomindre sin fulde vigtige Betydning, nemlig den, at vise Retningen af det fra Punktet *h* til Øiet naaende Lys. Dette Lys maa i hvert Fald betegnes som et Lysknippe eller en Lyskegle, og en Kegles Retning maa i hvert Fald nødvendigvlis bestemmes efter Retningen af dens Axe; men i denne Betydning af Ordet er Axen for det fra Punktet *h* til Øiet udgaaende Lys i hvert Fald denne Xlinie, hvad enten den selv kommer ind i Øiet eller ei. Det er altsaa i hvert Fald den og ingen anden, vi maae holde os til for at bestemme Synsvinklen. Navnlig kunne vi ikke gjøre Beregningen f. Ex. efter Midtpunktstraalen fra samme Punkt, $ghL'h^\circ pq$, eller Brændpunktstraalen, der her, som saa ofte, ikke komme ind i Øiet. Alle Straaler, der fra Punktet *h* gjennem begge Lindser i dette Tilfælde skulle komme Øiet til Gode, maa gjennembryde Objectivet mellem L' og N'.

Objectivglassets Brændvidde er ansat til 9^{mm}, Gjenstandens Afstand var 10^{mm}, *d*— dets reelle dioptriske Billede — vilde altsaa, om det blev opfanget, vise sig i en Afstand af 90^{mm}, hvor det findes antydet som $g^\circ h^\circ$. Men istedetfor at opfanges, gaaer

Lyset fra gh uforstyrret videre. Punktet h have vi tænkt os som den lille Gjenstands ene Grendsepunkt. Straalerne fra dette Punkt krydses i h°, danne en ny Kegle, hvis Toppunkt ligger i h°, og spredes derpaa saaledes, at kun en ringe Deel deraf faaer Adgang til Øiet, men dette i en Retning som om den udgjorde en meer eller mindre fuldstændig Kegle, hvis Axe bliver Skraalien NC. Derved bestemmes hiint Grendsepunkt h's Plads paa Nethinden, og derved atter den Synsvinkel, hvorunder selve Gjenstanden viser sig gjennem de to Lindser. Tye vi, for at maale den, til Tangenten paa Høiden af Gjenstanden selv, saa have vi den givet i Linien gn, $\frac{gn}{gh}$ *udtrykker Forstørrelsen.* Samtidig er ved Ocularets Indflydelse Divergentsen saavel mellem de Straaler fra h, der ere faldne paa Øiet, som mellem dem, der ere faldne udenfor samme, bleven en saadan, som om den hele Lyskegles Toppunkt laae bag Ocularet, ikke i h° (29^{mm}), men i en Afstand $\frac{fa}{f-a} = 30 \,.\, 29 = 870^{mm}$ fra samme, saaledes som er antydet i Retningen af de to i Punkter angivne Linier, Skraalinien Nn og den brudte Midtpunktstraale $p\,o$.

Vi ville nu prøve at *beregne Forstørrelsen gjennem de to Lindser ved Anvendelse af de perspectiviske og dioptriske Love.*

Ved Objectivets Indvirkning nærmes Gjenstanden til Øiets Midtpunkt fra en Afstand a' $(g\,L') + d$ $\left(\frac{a'f'}{a'-f'}\right) + a$ (Billedets Afstand fra Ocularet) $+\, m$ (Afstanden mellem Ocularets og Øiets Midtpunkt) til en Afstand $= m + a$. Derved voxer dens Synsvinkel i Forholdet $a' + d + a + m : a + m$, hvilket Forhold i dette Tilfælde er $= 144 : 44$ eller $36 : 11$. I sit dioptriske Billede viser en Gjenstand sig imidlertid ikke alene fuldkommen eens med Hensyn til Afstanden, men ogsaa i Henseende til Omfanget. Og da nu det dioptriske Billedes Omfang i Forhold til Gjenstandens altid svarer til deres forholdsvise Afstand fra Lindsens (Objectivets) Midtpunkt, saa bliver Gjenstanden herved atter gjennem sit dioptriske Billede forstørret i Forholdet $\frac{f'}{f'-a'}$, hvilket Forhold her udgjør 9 : 1, saa at Objectivets hele Indvirkning paa Gjenstandens synlige Størrelse for Øiet C bliver $= \frac{9 \cdot 36}{11}$ $= 29\frac{5}{11}$. Men nu kommer hertil endelig Forstørrelsen gjennem Ocularet, som vi jo ogsaa efter Perspectivlovene have beregnet til $\frac{f(a+m)}{f(a+m)-am} = \frac{30 \cdot 44}{30 \cdot 44 - 435} = \frac{1320}{885} = 1\frac{29}{59}$. Multiplicere vi altsaa endnu hiin Forstørrelse gjennem Objectivet, $29\frac{5}{11}$, med disse $1\frac{29}{59}$, saa faae vi den hele Forstørrelse i dette Tilfælde, som udgjorde $\frac{88}{59} \cdot \frac{324}{11} = \frac{28512}{649} = 43\frac{605}{649} = 43\frac{55}{59}$.

Der staaer altsaa endnu kun tilbage at beregne Forstørrelsen efter vor egen Methode og bringe *Forstørrelsen gjennem Mikroskopet i en bestemt Formel.*

Paa Træsnittet er $g : g^\circ h^\circ = a' : d$

$$g^\circ h^\circ : LN = a + x : x,$$

altsaa er $g : LN = a' \, (a + x) : xd.$

Men, naar vi ved A forstaae Rørets Længde eller Afstanden mellem de to Lindser, *saa have vi* $LN : G\,(hn) = m : a' + A + m$, altsaa er $\frac{G}{g} = \frac{xd\,(a' + A + m)}{a'm\,(a + x)}$ eller, for Kortheds Skyld, $\frac{xdD}{a'm\,(a + x)}$.

x er her negativ; $\frac{G}{g}$ bliver altsaa ogsaa negativ, d. v. s. Gjenstanden sees omdreiet.

Anvende vi Formlen paa det her givne Tilfælde, saa bliver Forstørrelsen derefter:

$$\frac{30 \cdot 90\,(10 + 119 + 15)}{150\,(59)} = \frac{388800}{8850} = 43\frac{55}{59}.$$

Man seer, at Udfaldet af de to Beregningsmaader er i en saa fuldstændig Overeensstemmelse som vel mulig.

Vil man have vort x elimineret, hvilket naturligviis her maa skee ved dens Værdi $\frac{fm}{f - m}$, saa bliver den noget vidtløftigere, nemlig: $\frac{f'fD}{(a' - f') \cdot \{f(a + m) - am\}}$.